

Décembre 1968

VISER
cont. of 25/26-11-1970
Frankfurt
Com. Eur. Veng

ORGANISATION EUROPÉENNE D'ÉTUDES
PHOTOGRAMMÉTRIQUES EXPÉRIMENTALES

EUROPEAN ORGANIZATION FOR EXPERIMENTAL
PHOTOGRAMMETRIC RESEARCH



PUBLICATION OFFICIELLE
OFFICIAL PUBLICATION

N° 4, partie I



Department of Transportation

State of Georgia

No. 2 Capitol Square

Atlanta, Georgia 30334

February 15, 1982

THOMAS D. MORELAND
COMMISSIONER
STATE HIGHWAY ENGINEER
EMORY C. PARRISH
DEPUTY COMMISSIONER

HAL RIVES
ASST. STATE HIGHWAY ENGINEER
DANIEL O. KELLY
TREASURER

International Institute for
Aerial Survey
350 Boulevard 1945
P. O. Box 6
Enschede, Netherlands

Dear Sir:

The Georgia Department of Transportation's use of stereo aerial photography in the areas of terrain cross sectioning and contour mapping is extensive. In order that we may monitor our aerial camera as well as our photogrammetric delivery system, the Department has constructed a field camera range. An area approximately 2000 feet by 1500 feet was grided with 105 precisely positioned points each having horizontal and vertical control. Therefore, this is a request for papers or other technical information pertinent to the construction, testing or evaluation of field camera ranges.

Please send us any other information your organization may have concerning field ranges. Please mail all correspondence to:

Georgia Department of Transportation
65 Aviation Circle
Atlanta, GA 30336

Attention: Mr. Bascombe C. Hughes

Your invoice for payment of materials sent us should be made to the Georgia Department of Transportation. We request that total cost of materials transmitted not exceed \$100.00 and also that the materials be in English translation. We would also appreciate any information you may have pertaining to other possible sources where this type of information may be obtained.

Your compliance with this request will be appreciated.

Very truly yours,

R. L. Alston, P.E.
State Location Engineer

RLA:BCH:lv

OTC
POST EN ARCHIEF
25-02-1982
71245
Bijl. :
Naar : F 26/2/82
c.c. : VISSER

Kuiper,
Bunn
Haden,
Norman

Visser

INTERNATIONAL INSTITUTE FOR AERIAL SURVEY AND EARTH SCIENCES (ITC)

INTERNATIONAAL INSTITUUT VOOR LUCHTKAARTERING EN AARDKUNDE (ITC)
INSTITUT INTERNATIONAL DE LEVÉS AÉRIENS ET SCIENCES DE LA TERRE (ITC)
INSTITUTO INTERNACIONAL PARA LEVANTAMIENTOS AÉREOS Y CIENCIAS TERRESTRES (ITC)

350 BOULEVARD 1945
P.O. BOX 6 - 7500 AA ENSCHEDE
(THE NETHERLANDS)



TELEPHONE: (053) 320 330
TELEGRAMS: AERSUR - ENSCHEDE
TELEX : 44525

Georgia Department of Transportation
Attention: Mr. Bascombe C. Hughes
65 Aviation Circle
ATLANTA, GA 30336
U.S.A.

YOUR REF.
DATED

OUR REF. F60162/Vis/St
DATE 4th March 1982

Dear Mr. Hughes,

With reference to the letter of Mr. Alston, dated 15 February 1982, re. a test field for aerial photography, I may give you the following addresses of two experts in that field:

1. For test field in a flat area:
Prof. Dr. G. Kupfer
Institut für Photogrammetrie der Universität Bonn
Nuszallee 15
D-5300 BONN, Germany
2. For a test field in a mountainous area:
Prof. I. Hådem
Dept. of Geodesy and Photogrammetry
N-7000 TRONDHEIM - NTH, Norway

Yours sincerely,

Prof. Ir. J. Visser

ALL CORRESPONDENCE SHOULD BE ADDRESSED TO THE INSTITUTE AND NOT TO INDIVIDUALS

Postgironr. 560347 - Bankers: Algemene Bank Nederland, Enschede (account no. 59.21.46.716);
Banque de Paris et des Pays-Bas, Enschede (account no. 63.39.04.481)

List of Some Terms utilized in the Tables

A à l'extérieur	exterior
à l'intérieur	interior
appareil analogique	analogue instrument
appareil de restitution	restitution instrument
au bord	marginal
avec	with
B bien visible	well visible
C centre de restitution	restitution centre
chambre de prise de vues	survey camera
D dans le cliché	in the image
dans le modèle	in the model
du tableau	refer to table
E échelle image	photo-scale
en	in
erreur absolue	absolute error
erreur d'adaptation	fitting error
erreur de distances	distance error
erreur de mesure	measuring error
erreur relative	relative error
erreur systématique	systematic error
essai	test
H hauteur de vol	flight height
I invisible	not visible

M matériel négatif	negative material
moyenne	average
N nombre	number
numéro d'ordre	ref. no.
O omissions	rejections, omissions
ou	or
P partie des restitutions	part of the restitutions
plaques	plates
points de comparaison	check points
pour	for
prises de vues à angle normal	normal-angle photographs
prises de vues grand-angulaires	wide-angle photographs
R rapport de la base	base-height ratio
recouvrement longitudinal	longitudinal overlap
résultant des erreurs moyennes	of r. m. s. errors
S sans	without
seulement	only
suite	continued
surface photographiée	area surveyed
sur le terrain	in the terrain
T tous les points	all points
toutes les restitutions	all restitutions
U unité de lecture	reading unit
unité de mesure	unit of measure

Décembre 1968

ORGANISATION EUROPÉENNE D'ÉTUDES
PHOTOGRAMMÉTRIQUES EXPÉRIMENTALES

EUROPEAN ORGANIZATION FOR EXPERIMENTAL
PHOTOGRAMMETRIC RESEARCH



PUBLICATION OFFICIELLE
OFFICIAL PUBLICATION

N° 4, partie I

La présente publication est la propriété exclusive de
l'Organisation Européenne d'Études Photogrammétriques Expérimentales

The present publication is the exclusive property of the
European Organization for Experimental Photogrammetric Research

Tous droits de traduction et de reproduction réservés à l'OEEPE.
Imprimé et publié par l'Institut für Angewandte Geodäsie, Frankfurt a. M.

All rights of translation and reproduction are reserved on behalf of the OEEPE.
Printed and published by the Institut für Angewandte Geodäsie, Frankfurt a. M.

**Organisation Européenne
d'Études Photogrammétriques Expérimentales**

COMITÉ DIRECTEUR

(composé de Représentants des Gouvernements des Pays-Membres)

- Président:* Directeur Général Colonel M. SIMONET, Belgique
Institut Géographique Militaire,
13, Abbaye de la Cambre, BRUXELLES 15.
- Membres:* Direktor Dr.-Ing. H. KNORR, Allemagne
Institut für Angewandte Geodäsie,
Kennedyallee 151, 6 FRANKFURT a. M. 70.
- Prof. Dr.-Ing. F. ACKERMANN,
Institut für Photogrammetrie,
Keplerstraße 11, 7 STUTTGART.
- Ltd. Ministerialrat Prof. Dr.-Ing. J. NITTINGER,
Niedersächsisches Ministerium des Innern,
Lavesallee 6, 3 HANNOVER.
- Hofrat Dip.-Ing. A. STICKLER, Autriche
Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen,
Krotenthallergasse 3, 1080 WIEN.
- Prof. Dr. Ing. L. SOLAINI, Italie
Istituto di Geodesia, Topografia e Fotogrammetria,
Piazza Leonardo da Vinci 32, 20133 MILANO.
- Prof. Dr. Ing. C. TROMBETTI,
Istituto di Geodesia e Idrografia
dell' Istituto Universitario Navale,
Via Amm. Acton 38, 80133 NAPOLI.
- Prof. Dr. R. ROELOFS, Pays-Bas
Laboratorium voor Geodesie, Technische Hogeschool,
4 Kanaalweg, DELFT.

BUREAU EXÉCUTIF

- Prof. Dr. Ir. W. SCHERMERHORN,
Kinheim, Zandvoorter Allee 304,
HAARLEM, Post Heemstede (Pays-Bas).
- Prof. Ir. A. J. VAN DER WEELE,
International Institute for Aerial Survey and Earth Sciences (ITC),
3 Kanaalweg, DELFT (Pays-Bas).
- Secrétaire
Général:* Ir. R. VERLAINE,
36, Avenue E. Digneffe, LIÈGE (Belgique).

COMMISSIONS SCIENTIFIQUES

Commission A/B — *Aérotriangulation*

Président: Prof. P. WISER,
Laboratoire de Photogrammétrie de l'Université,
6, Quai Banning, LIÈGE (Belgique).

Commission C — *Restitution aux grandes échelles*

Président: Prof. Dr.-Ing. R. FÖRSTNER,
Institut für Angewandte Geodäsie, Abt. Photogrammetrie,
Weinbergstraße 9, 623 FRANKFURT A. M. 80 (Allemagne).

Commission D — *Problèmes cartographiques de la Photogrammétrie*

Président: Prof. Dr.-Ing. W. BECK,
Landesvermessungsamt Baden-Württemberg,
Büchsenstraße 54, 7 STUTTGART 1 (Allemagne).

Commission E — *Restitution aux petites échelles*

Président: Prof. Dr. K. NEUMAIER,
Technische Hochschule,
Karlsplatz 13, 1040 WIEN (Autriche).

Commission F — *Problèmes fondamentaux de la Photogrammétrie* *(avec groupe d'études numériques)*

Président: Prof. Ir. A. J. VAN DER WEELE,
International Institute for Aerial Survey and Earth Sciences, (ITC),
5 Kanaalweg, DELFT (Pays-Bas).

RUDOLF FORSTNER:

Sur la précision de la mesure photogrammétrique de coordonnées
en terrain montagneux

Rapport sur les résultats de l'essai de Reichenbach
de la Commission C de l'OEEPE

The Accuracy of Photogrammetric Co-ordinate Measurements
in Mountainous Terrain

Report on the Results of the Reichenbach Test
of Commission C of the OEEPE

Table des Matières

	page
1. Le champ d'essai de Reichenbach	11
1.1. Introduction	11
1.2. Données géodésiques	12
1.3. Données photographiques	14
2. Programme d'essai	15
2.1. Les problèmes	15
2.2. Sélection des prises de vues	16
2.3. Travaux du »Centre pilote«	16
2.4. Sélection des points de contrôle et des points de comparaison	17
3. Les restitutions	18
3.1. Directives générales pour les centres participants	18
3.2. Directives pour la restitution	19
3.3. Résultats de la restitution	22
4. Calculs	22
4.1. Le programme de calcul	22
4.2. Calculs des centres de restitution et standardisation des résultats	30
4.3. Listes des points et des distances	31
5. Résultats des calculs	34
5.1. Précision de mesure M	35
5.2. Précision d'adaptation E	36
5.3. Précision absolue A	37
5.4. Erreurs relatives résultant des écarts des moyennes des coordonnées obtenues par trois mesures indépendantes d'un modèle (dispersion des coordonnées par la mise en place du modèle à plusieurs reprises) R	38
5.5. Précision des distances D	40
5.6. Erreurs systématiques résultant des moyennes des coordonnées obtenues par trois mesures indépendantes d'un modèle S	40
6. Calculs additionnels	41
6.1. Erreurs systématiques résultant des moyennes des coordonnées de toutes les restitutions d'un vol S ⁺	45
6.2. Erreurs relatives résultant des écarts des moyennes des coordonnées de toutes les restitutions d'un vol R ⁺	45

	page
7. Analyse des erreurs moyennes (valeurs estimées)	49
7.1. Précision de mesure M	51
7.2. Précision d'adaptation E	53
7.3. Précision absolue A	54
7.4. Erreurs relatives résultant des écarts des moyennes des coordonnées R et R^+	57
7.5. Précision des distances D	60
7.6. Erreurs systématiques résultant des moyennes des coordonnées S et S^+	62
8. Résultats	64
8.1. Résultats de l'analyse	64
8.2. Comparaison avec quelques autres travaux	68
8.3. Proposition d'études additionnelles	71
Bibliographie	74
Les notations les plus importantes	76
Liste des tableaux (Les tableaux sont imprimés dans la partie II)	77

Contents

49			
51			
53			
54			
R			
57	1. The Reichenbach Test Field	81	
60	1.1. Introduction	81	
S	1.2. Geodetic Base Data	82	
62	1.3. Photographic Fundamentals (Signalization)	83	
64	2. Test Program	84	
64	2.1. The Tasks	84	
68	2.2. Selection of Photographs	85	
71	2.3. Duties of the "Pilot Centre"	85	
74	2.4. Selection of the Control and Check Points	86	
76	3. Measurements	87	
77	3.1. General Rules for the Restitution Centres	87	
	3.2. Rules for the Measurements	88	
	3.3. Measuring Results	90	
	4. Computations	91	
	4.1. The Computing Program	91	
	4.2. Computations of the Restitution Centres and Standardization of the Results	98	
	4.3. Lists of Points and Distances	99	
	5. Results of the Computations	102	
	5.1. Measuring Accuracy M	103	
	5.2. Fitting Accuracy E	104	
	5.3. Absolute Accuracy A	104	
	5.4. Relative Errors computed from the Deviations of the Three Independent Measurements of a Model with Respect to the Co-ordinate Means (Dis- persion of Co-ordinates with Repeated Model Orientations) R	105	
	5.5. Distance Accuracy D	107	
	5.6. Systematic Errors from the Co-ordinate Means of the Three Independent Restitutions of a Model S	107	
	6. Additional Computations	111	
	6.1. Systematic Errors from the Co-ordinate Means of all Restitutions of a Flight S ⁺	115	
	6.2. Relative Errors from Deviations with Respect to the Co-ordinate Means of all Restitutions of a Flight R ⁺	115	

7. Analysis of the R. M. S. Errors (Estimates of the Standard Deviation)	116
7.1. Measuring Accuracy M	118
7.2. Fitting Accuracy E	119
7.3. Absolute Accuracy A	120
7.4. Relative Errors from Deviations with Respect to Co-ordinate Means R and R^+	123
7.5. Distance Accuracy D	126
7.6. Systematic Errors computed from the Co-ordinate Means S and S^+ . . .	127
8. Result	129
8.1. Results of the Analysis	129
8.2. Comparison with some other Tests	133
8.3. Suggestion for Further Investigations	135
Bibliography	138
The most important Notations	140
Contents of Tables (The tables are printed in part II)	141

Sur la précision de la mesure photogrammétrique de coordonnées en terrain montagneux

Rapport sur les résultats de l'essai de Reichenbach de la Commission C de l'OEEPE

(avec 9 figures, 65 tableaux)

Par Rudolf Förstner, Frankfurt a. M.

1. Le champ d'essai de Reichenbach

1.1. Introduction

Après le Congrès de la Société Internationale de Photogrammétrie tenu à Stockholm, le Comité Directeur a examiné les innovations importantes susceptibles d'influencer les travaux de l'OEEPE. Pour la Commission C, l'intérêt s'est porté sur les appareils de prise de vues (chambres convergentes et super-grand-angulaires) et les instruments de restitution (stéréocomparateurs). Les nouveaux programmes réclamaient soit l'utilisation des prises de vues existantes soit l'installation d'un nouveau champ d'essai. Par opposition à Oberriet [1], celui-ci devait être situé dans un terrain accidenté ou même montagneux parce que la précision des points est probablement influencée non seulement par les appareils de prise de vues et de restitution, mais aussi par l'altitude des points. En outre la signalisation, plus difficile dans un tel terrain, introduit une source d'erreur additionnelle.

A côté de l'Autriche et de la Suisse, l'Allemagne a été invitée à chercher un champ d'essai convenable pour l'OEEPE. Monsieur le Professeur *Gotthardt*, à cette époque Président de la Commission C, a repris les propositions du Comité Directeur et les a mises en discussion au sein de la Commission. Au printemps 1957, le Comité Directeur a de nouveau précisé les programmes des travaux et le Président a présenté un programme provisoire des essais futurs. Selon celui-ci le nouveau champ d'essai devait être survolé avec des chambres différentes, soit avec une chambre à angle normal (film), une chambre convergente (film), et deux chambres grand-angulaires (film et plaques). Selon les expériences acquises à ce moment, on pensait utiliser des échelles de prise de vues compris entre le 1 : 6 000 et le 1 : 9 000. Les prises de vues avec la chambre à plaques ne devaient pas exiger un nombre de vols et de déterminations de points plus grand que celles exécutées avec des chambres à film. Pour cette raison, on avait projeté d'exécuter les prises de vues à la même altitude. Pour les vols à la plus grande échelle, il fallait encore avoir 80 points de comparaison au minimum dans chaque modèle. Ces conditions conduisaient à utiliser une région de l'ordre de 1,8 km × 2,7 km comprenant environ 600 points de comparaison. Avec le temps, le programme provisoire a été modifié pour répondre à différentes demandes émanant des membres de la Commission C et pour tenir compte des discussions entre les présidents des commissions intéressés à cette zone. Cette coopération avec les autres commissions était nécessaire parce qu'on cherchait à installer, d'un même coup, un champ d'essai pour la Commission B et même pour la Commission A. Après de longues discussions, on a choisi une région située au sud de

l'Allemagne, dans la »Schwäbische Alb«. La région de »Reichenbach« se trouve à 8 km environ à l'ouest de Geislingen an der Steige. Le polygone a une étendue de 3 km $\times$ 3 km environ. Le terrain s'élève légèrement à partir des vallées qui se trouvent à une altitude de 480 m environ au-dessus du niveau de référence. La limite inférieure de la forêt se trouve à une altitude de 580 m environ. Là commence la pente escarpée avec des inclinaisons jusqu'à 30°. Le bord du plateau qui est en même temps la limite supérieure de la forêt, se trouve à une altitude de 720 m environ. L'utilisation du sol de toute la région se présente comme suit: 3% sont des lieux habités, 12% consistent en forêts, et le reste est du terrain cultivé ou de la terre inculte.

Le Professeur *Gotthardt* avait discuté le problème de la signalisation avec le Service Topographique de Baden-Württemberg et avec le bureau topographique local. L'Institut für Angewandte Geodäsie continua ces discussions et se chargea de procurer les données géodésiques et photographiques relatives au champ d'essai. Les services topographiques locaux se déclarèrent prêts à coopérer dans la mesure du possible. Le Ministère de l'Intérieur de Baden-Württemberg et le Service Topographique ont généreusement appuyé le projet, surtout en mettant à notre disposition le matériel topographique, à savoir des cartes et des répertoires des coordonnées et des altitudes.

Certains rapports traitant du travail particulier de la Commission C existent déjà ([2], [3], [4] et [5]). Pour arriver à un aperçu général, nous résumons ci-après les problèmes envisagés et les résultats obtenus. Un rapport détaillé sur l'installation du champ d'essai sera publié en [6].

Avant de commencer les travaux sur le terrain, on se proposait de survoler le champ d'essai avec les chambres de prise de vues suivantes:

- chambre à angle normal (RMK 21/18),
- chambre grand-angulaire (RMK 15/23),
- chambre convergente ($2 \times$ RMK 21/18),
- chambre grand-angulaire (RC 7a 10/14).

L'intérêt ayant été partiellement déplacé vers des échelles plus petites, nous avons prévu les échelles au 1 : 8 000 et 1 : 12 000. On avait projeté qu'au minimum deux modèles de chaque vol devaient être disponibles. Pour cette raison, la longueur du champ d'essai est déterminée par les prises de vues convergentes et sa largeur par les prises de vues grand-angulaires 15/23. Chaque modèle devait comprendre 50 points de comparaison au minimum. Les modèles les plus petits sont fournis par le vol avec la chambre à plaque RC 7a 10/14 à l'échelle de 1 : 8 000. La densité des points s'élève à un point environ par 1 ha. Les modèles les plus grands sont fournis par la chambre RMK 15/23 à l'échelle de 1 : 12 000. Comme 90 points existent par modèle, on obtient une densité d'un point par 3 ha. Pour les régions qui devaient être survolées avec les chambres RMK 21/18 et $2 \times$ RMK 21/18, on avait proposé une densité uniforme d'un point par 1,5 ha. Les coordonnées des points de comparaison devaient être déterminées avec une erreur moyenne (écart standard) inférieure à 2 cm.

1.2. Données géodésiques

Le réseau trigonométrique existant fait partie du réseau national et date de 1906. En moyenne, la densité se monte à 3 points par 2 km². Le Service Topographique d'Etat estime que l'erreur moyenne en position s'élève à $m_p = 0,05$ m. Cette précision ne suffit pas pour nos besoins. Pour cette raison, nous avons couvert toute la région par un réseau

nouveau, comprenant 109 points, dont 31 points font partie du réseau trigonométrique national. Plus tard, deux points additionnels ont été intercalés par polygonation dans le réseau complémentaire. La région offrait quelques difficultés car, en pratique, les régions boisées étaient inaccessibles pour nous. Le réseau se compose essentiellement de quadrilatères complets. Tous les points ont été matérialisés au sol, nous avons partiellement utilisé les bornes existantes du levé cadastral.

Partant des »points du réseau complémentaire« nous avons déterminé environ 500 »points secondaires« par voie trigonométrique, car chaque point devait être déterminé par quatre éléments d'observation indépendants. Certains points situés dans les lieux habités devaient être mesurés par polygonation.

Le réseau complémentaire a été compensé sans contrainte selon la méthode des variations de coordonnées. Ensuite nous avons établi, à l'aide des coordonnées nouvelles des 33 points trigonométriques et de leurs valeurs correspondantes dans le réseau national, une formule de transformation linéaire conforme, c'est-à-dire que nous avons adapté l'échelle et l'orientation de notre système géodésique au réseau national.

Nous avons groupé les points secondaires selon leur mode de détermination. Nous avons renoncé à une compensation exacte de différents points secondaires et nous avons calculé les intersections à partir de toutes les combinaisons utilisables. Après cela, nous avons de nouveau vérifié si tous les éléments d'observation avaient été utilisés. Quand il y avait des mesures de distances, il fallait compléter les calculs du centre de calcul. Fréquemment nous avons représenté les visées graphiquement, de sorte que, en pratique, une compensation des observations était effectuée ultérieurement.

En ce qui concerne les altitudes, il y avait moins de difficultés parce qu'une maille du nouveau réseau de nivellement primordial passe à travers cette région et que le réseau altimétrique national a déjà la densité du troisième ordre. En partant des repères de nivellement donnés, nous avons transporté les altitudes à 16 points du réseau complémentaire à l'aide d'un Ni 2. Pratiquement ces altitudes ne montrent pas d'erreurs. D'autre part, à l'intérieur du réseau complémentaire, nous avons transporté les altitudes par voie trigonométrique. Toutefois il y avait des angles de site de l'ordre de 35°. Nous avons également déterminé les altitudes des points secondaires par voie trigonométrique. L'observation des hauteurs des instruments et des mires s'effectuait avec les soins les plus minutieux.

Nous avons également compensé le réseau de nivellement selon la méthode des variations de coordonnées et d'un seul coup — mais avec jonction sous contrainte aux 16 altitudes nivelées. Les distances ont été extraites de la compensation planimétrique. Dans le calcul des altitudes des points secondaires, nous avons renoncé à une compensation exacte et nous avons déterminé ces altitudes partant des altitudes des points du réseau complémentaire. Ensuite nous avons vérifié ces altitudes en veillant à ce que tous les éléments d'observation soient utilisés. Lors d'un contrôle final, nous avons classé chaque point selon son mode de détermination géodésique.

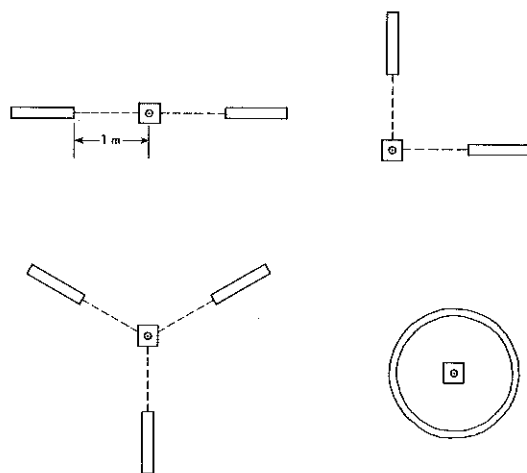
Nous avons apporté tous nos soins à trouver une mesure indiquant la précision des coordonnées déterminées par voie terrestre. Selon nos études très détaillées, il y a lieu de supposer que l'erreur moyenne quadratique de coordonnées m_h , de même que l'erreur moyenne altimétrique m_h se montent à 1,6 cm environ (valeur estimée). C'est-à-dire que le souhait d'obtenir une erreur moyenne quadratique (l'écart standard) inférieure à 2 cm a été réalisé. Pour plus de détails voir le rapport détaillé sur le champ d'essai (cf. [6]).

Pour les travaux photogrammétriques, nous ne nous sommes intéressés qu'aux points signalisés. Pour obtenir des nombres plus petits pour le repérage des points, nous avons ultérieurement transformé les «numéros géodésiques» de ces points en «numéros photogrammétriques». En même temps nous avons introduit le «système de Reichenbach» pour les coordonnées, l'axe de ce système étant presque parallèle à la direction du vol et l'origine étant située de façon que toutes les coordonnées soient positives. Les travaux sur le terrain du champ d'essai de «Reichenbach» ont été commencés en automne 1958, les coordonnées étaient disponibles au printemps 1960.

13. Données photographiques

Normalement la dimension des signaux est adaptée à l'échelle image en cause. Nous avons projeté d'exécuter des vols aux échelles du 1 : 8 000 et du 1 : 12 000. Comme il était impossible de changer la signalisation entre les différents vols, nous étions tombés d'accord pour utiliser des signaux d'un format moyen pour les deux échelles, à savoir des plaques métalliques carrées de 25 cm $\times$ 25 cm. La surface de ces plaques était couverte de peinture blanche. Pour éviter toute confusion avec des pierres ou d'autres objets, nous avons renforcé les signaux par des marques supplémentaires, dites «aides d'identification» (Fig. 1). Le plus souvent, il s'y agit de bandes métalliques de 0,12 m $\times$ 0,80 m ou de 0,10 m $\times$ 1,00 m — couvertes de peinture blanche également. Chaque point était pourvu d'une, de deux ou trois de ces bandes distantes du centre de 1,0 m. Au commencement, nous avions partiellement marqué les points par des cercles en gypse ayant un diamètre de 1,5 m et une largeur de 0,10 m à 0,12 m. Ces cercles étant difficiles à conserver à la longue, nous les avons remplacés au cours du temps par des bandes métalliques. Nous avons continuellement contrôlé la signalisation. Le dernier contrôle s'effectua lors de la collecte des signaux après le vol photogrammétrique.

FIG. 1 — Signaux et aides d'identification



Le polygone a été survolé avec quatre chambres différentes du 13 au 26 avril 1959. Les prises de vues des 6 vols de la Commission C font également partie des vols de la Commission B. Certains détails et données techniques relatifs aux vols figurent dans le tableau 1.

qu'aux points
nous avons
améros photo-
Reichenbach
direction du
positives. Les
commencés en

cause. Nous
Comme il
nous tombés
elles, à savoir
plaques était
ou d'autres
dites aides
de 0,12 m ×
ent. Chaque
de 1,0 m.
cercles en
cercles étant
temps par
Le dernier
mmétrique.

avril 1959.
sols de la
ent dans

2. Programme d'essai

2.1. Les problèmes

Au début, le champ d'essai avait été installé pour déterminer l'influence du terrain accidenté ou montagneux sur la précision de la restitution photogrammétrique. Dans la mesure du possible, les résultats d'Oberriet devaient être utilisés comme bases de comparaison. Les objectifs additionnels ont déjà été mis en discussion par M. Gotthardt dans sa proposition de juin 1957. Selon cette dernière, il y avait lieu de comparer les conditions des prises de vues ci-dessous :

- l'échelle image du 1 : 8 000 avec celle du 1 : 12 000,
- les supports film avec les plaques en verre,
- les prises de vues à angle normal avec les prises de vues grand-angulaires,
- les prises de vues verticales avec les prises de vues convergentes.

Les travaux sur le terrain et les vols étant terminés, sur la base du matériel expérimental disponible, la Commission C a revu les problèmes posés et pris les décisions d'exécution lors d'une réunion tenue en novembre 1959. Il a été décidé que les questions suivantes devaient être étudiées :

- 1° — Quelle précision (planimétrique et altimétrique) de détermination d'un point peut-on obtenir à différentes échelles image et dans différentes conditions de prise de vues?
- 2° — Quelle précision en résulte sur les distances?

A l'aide des essais, il était également possible de résoudre les problèmes suivants :

- 3° — Comparaison de la précision pour des prises de vues aux différentes échelles image.
- 4° — Comparaison de la précision des prises de vues faites sur film et sur plaques:
 - a) en utilisant la même échelle image,
 - b) en considérant la même surface de terrain couverte par une prise de vue, p. ex. comparaison des prises de vues sur plaques 14 cm × 14 cm à l'échelle image du 1 : 12 000 avec les prises de vues sur film 23 cm × 23 cm à l'échelle du 1 : 8 000.
- 5° — Comparaison de la précision des prises de vues convergentes à angle normal avec celle des prises de vues verticales à angle normal.
- 6° — Comparaison de la précision des prises de vues convergentes à angle normal avec celle des prises de vues grand-angulaires verticales.
- 7° — Comparaison de la précision des prises de vues verticales à angle normal avec celle des prises de vues grand-angulaires verticales.

La résolution de chacun de ces problèmes additionnels 3—7 demande le traitement combiné de deux bandes de vol différentes. En même temps, on obtient du matériel permettant la résolution des deux premières questions principales. A l'aide du tableau 1, nous obtenons facilement les différentes combinaisons possibles.

A la demande du Comité Directeur, les centres devaient aussi mesurer les parallaxes dans chaque modèle, comme M. Hallert l'a proposé à différentes reprises. Mais comme la Commission F n'était pas intéressée à de telles mesures de parallaxes et comme des parallaxes résiduelles apparaissent automatiquement dans les méthodes analytiques, nous avons pu renoncer à ces mesures dans les appareils analogiques (cf. par. 3.2). Plus tard les questions à traiter ont encore été étendues d'autre manière (cf. par. 6).

2.2. Sélection des prises de vues

La Commission a dû fixer le nombre de stéréogrammes de chaque vol à restituer et celui des répétitions des mesures pour chaque stéréogramme. Selon l'expérience acquise à Oberriet, il semblait utile de réduire le nombre des stéréogrammes, mais par contre de répéter plusieurs fois les mesures pour chaque stéréogramme. En outre, il fallait tenir compte de la pratique, c'est-à-dire qu'il fallait éviter un trop grand élargissement du programme. La Commission a décidé de choisir deux modèles de chaque vol, d'orienter chaque modèle trois fois indépendamment et, chaque fois, de lire les coordonnées en deux passages.

2.3. Travaux du »Centre pilote«

En se basant sur les expériences antérieures de l'OEEPE, il a paru opportun de vérifier à fond et indépendamment les documents à envoyer aux centres. Il est indispensable que les points de contrôle p.ex. soient déterminés correctement par voie terrestre, qu'ils soient signalisés sans équivoque sur le terrain, et qu'ils soient identifiables sur les prises de vues. De même, pour vérifier les points de comparaison, on avait prévu qu'un centre, opérant comme »Centre pilote«, devait préalablement mesurer ces points. Ce procédé a le grand avantage que, en même temps que les coordonnées, toute la documentation à envoyer aux centres est vérifiée, par exemple: les numéros des points, les fiches signalétiques indiquant le type de signal etc. (cf. par. 3.1). Nous sommes reconnaissants à l'ITC de Delft de s'être proposé à exécuter ce travail. Contrairement à ce qui était prévu au programme original, le Président et le centre de Delft ont décidé que, dans les 16 modèles, non seulement les points de contrôle et de comparaison choisis devaient être mesurés, mais aussi tous les points signalisés. En s'appuyant sur ces mesures, l'Institut für Angewandte Geodäsie a jugé de la qualité des images et il a vérifié les coordonnées terrestres et la signalisation pour détecter les fautes grossières. En dehors des diapositives sur verre et des tirages sur papier, le centre de Delft a reçu un photoplan au 1 : 5 000, un schéma au 1 : 5 000 dans lequel figurent les points de comparaison, et les fiches signalétiques indiquant le mode de signalisation. Les prises de vues ont été restituées dans un Stéréocomparateur de précision STK 1. Les mesures terminées, nous avons groupé les points selon leur qualité de visibilité dans les différents modèles. Cette qualité représente le jugement subjectif de l'opérateur pour la restitution au stéréocomparateur des 1052 points résultant des prises de vues au 1 : 8 000 et des 1998 points provenant des prises de vues au 1 : 12 000. Le tableau 2 indique les résultats obtenus pour les 16 modèles. A part les points du groupe 3, les mesures montrent que 3,5% environ des points sont identifiables »modérément« dans les prises de vues au 1 : 8 000, tandis que ce pourcentage est de 16% dans les prises de vues au 1 : 12 000. (Ce pourcentage est quelque peu plus grand pour le vol 1.7 et un peu moindre pour le vol 1.8.)

Quoique le »Centre pilote« ne disposât que des coordonnées préliminaires des points de contrôle, les résultats des mesures au stéréocomparateur constituèrent une aide considérable pour la vérification finale des coordonnées déterminées par voie terrestre. Dans les prises de vues des vols 1.2 et 1.6 se présentaient des parallaxes considérables. Cette constatation nous a incités à maintenir ces prises de vues dans les essais. En même temps que les coordonnées, l'Institut für Angewandte Geodäsie a contrôlé à fond les autres données destinées aux centres, à savoir: les numéros figurant sur le photoplan et sur le schéma des points, la représentation de la signalisation sur le photoplan et les renseignements dans les fiches signalétiques.

2.4. Sélection des points de contrôle et des points de comparaison

Après vérification, les points de contrôle et de comparaison ont été rassemblés dans une liste particulière. Cette liste comprend pour chaque point:

- Sa classification en fonction de son mode de détermination géodésique (cf. par. 1.2).
- La qualité de la visibilité des signaux selon les informations du »Centre pilote«.
- La classification de la signalisation. D'une part nous avons fait de distinction entre terrain »plat« et terrain »accidenté« et, d'autre part, entre signaux »au niveau du sol« et signaux »au-dessus du sol«.

Pour chaque modèle, nous avons choisi cinq points de contrôle dont quatre sont situés dans les coins et le dernier au centre. Ces points répondent aux conditions suivantes:

- Ils doivent être déterminés sans équivoque par voie géodésique.
- Ils doivent être visibles sur les images.
- Ils ne doivent pas être situés dans la zone marginale du modèle (nous supposons que la largeur de cette zone marginale est de 3% environ du côté de l'image photographique).
- Les points, dont les signaux sont situés au niveau du sol et dans un terrain plat, doivent être préférés.
- Dans la région appartenant aux deux modèles d'un vol, il faut utiliser chaque fois les mêmes points de contrôle.
- Le nombre des points de contrôle doit être aussi petit que possible.

Il n'était pas possible de répondre à toutes ces conditions dans tous les cas. Sur un total de 44 points de contrôle, onze étaient utilisables pour deux vols, deux l'étaient pour quatre vols, et un point de contrôle était même utilisable pour cinq vols.

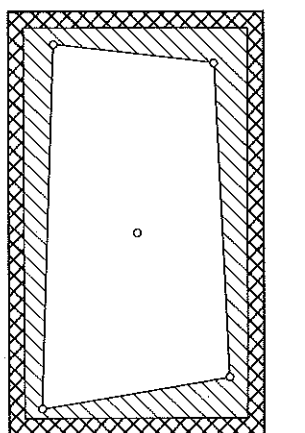
Le choix des points de comparaison fut beaucoup plus simple. Selon les décisions de la Commission chaque modèle devait comprendre 80 points. Ce nombre ne fut pas complètement atteint aux grandes échelles, surtout pour les prises de vues sur plaques (cf. tableau 6).

Les points de comparaison ont été choisis selon les principes suivants:

- Les points doivent être distribués régulièrement à la superficie du modèle, c'est-à-dire non seulement à l'intérieur du cadre des points de contrôle.
- Des points qui ont été choisis comme points de contrôle peuvent figurer comme points de comparaison dans d'autres vols.
- Des points qui n'ont été géodésiquement vérifiés que partiellement ou pas du tout, ne doivent pas être pris comme points de comparaison dans la mesure du possible.
- En principe, on ne tient pas compte de la qualité de la visibilité des signaux.
- On ne tient pas compte non plus d'écarts majeurs apparaissant entre les coordonnées déterminées par voie terrestre et les coordonnées photogrammétriques préliminaires calculées par le »Centre pilote«.

Pour ces points, nous n'avons pas toujours été en état de répondre à tous les critères. Les coordonnées planimétriques de presque 7,5% des points de comparaison et les altitudes de 5% d'entre eux (sans points de contrôle) n'étaient pas suffisamment bien déterminées. La quatrième exigence étant d'une importance toute particulière, nous avons calculé, en pourcentage, la distribution des points de comparaison en trois groupes de visibilité (cf. tableau 2). Quelques points n'ont pas été restitués au début et, pour cette raison, figurent dans le groupe 3. Ils sont identifiables dans les prises de vues. Si

FIG. 2 — Limites des régions pour les groupes de points



-  = points à l'intérieur
-  = points à l'extérieur
-  = points situés au bord
- o = points de contrôle

l'on compare les pourcentages du tableau 2, on constate que la distribution des points de comparaison choisis dans les groupes 1 et 2 correspond entièrement à la distribution de tous les points.

Pour chaque stéréogramme, nous avons établi un répertoire des points de contrôle à utiliser (y compris leurs coordonnées) et des points de comparaison à restituer. Pour ces derniers, nous avons encore indiqué, s'ils sont situés à l'intérieur ou à l'extérieur de la polygonale des points de contrôle ou dans la zone marginale du modèle (Fig. 2). Un très petit nombre de points ont été considérés comme «points spéciaux» à cause de leur signalisation extraordinaire. Avec un recouvrement longitudinal de 60% et un recouvrement latéral de 30%, environ 50% des points devaient être situés à l'extérieur de la polygonale des points de contrôle et environ un quart de ces points, dans la zone marginale. Les circonstances sont semblables pour les prises de vues convergentes. En effet, il n'y a que 40% environ de l'ensemble des points se trouvant à l'extérieur de la polygonale des points de contrôle.

La vérification de toutes les données a été terminée en avril 1961.

3. Les restitutions

3.1. Directives générales pour les centres participants

Les centres de restitution qui prenaient l'engagement de travailler pour la Commission C, devaient suivre les «Directives générales» suivantes:

1° — Un centre de restitution qui s'engage à collaborer, doit informer le Président et le Bureau Exécutif des travaux qu'il se propose d'exécuter. Si cela est nécessaire, le Président est autorisé à fixer la suite des travaux en vue d'en assurer un déroulement continu.

Le Président peut en outre proposer à certains centres de restitution des études et essais spéciaux.

2° — En réponse à sa demande de matériel, chaque centre de restitution obtiendra:

- 1 jeu de diapositives,
- 1 jeu de tirages par contact,
- 1 répertoire des points de contrôle à utiliser dans chaque stéréogramme et leurs coordonnées, ainsi qu'un répertoire des points à restituer situés dans l'ordre prescrit,

- 1 schéma (réduction des plans cadastraux contenant les limites des parcelles) à l'échelle de 1 : 5 000 où figurent les numéros des points de contrôle et de comparaison,
- 1 répertoire des fiches signalétiques (croquis de la situation des points et des indications sur le mode de signalisation et d'identification supplémentaire pour autant que ce soit nécessaire),
- les courbes de distorsion et les données d'étalonnage des chambres de prise de vues.

3° — Après l'exécution des observations de chaque bande, chaque centre fournit une copie des observations au Président. Pour obtenir des restitutions homogènes, tous les centres garderont l'ordre suivant dans les carnets d'observation: No. du point; x ; y ; z ; dans le sens d'un numérotage ascendant. Le Président est chargé de veiller à ce que toutes les restitutions soient complètes et claires. Il indiquera, le cas échéant, comment il faut rectifier les restitutions ou comment il faut les compléter. Il faut, en tous les cas, choisir la voie la plus simple.

Après examen, le Président enverra la copie au Bureau Exécutif qui la gardera jusqu'à ce qu'elle soit utilisée pour les calculs postérieurs.

4° — Les coordonnées des points de comparaison ne peuvent être transmises aux centres de restitution participants qu'après la fourniture des manuscrits d'observation et des coordonnées transformées.

5° — Si un centre de restitution croit utile ou nécessaire de modifier une directive, il en fera la proposition au Président de la Commission avant de commencer le travail.

3.2. Directives pour la restitution

Les centres de restitution avaient déjà reçu une partie de la documentation (cf. par. 3.1, No. 2 des Directives générales) en mai 1960. Toutefois, le photoplan et le schéma au 1 : 5 000, de même que les fiches signalétiques n'étaient pas encore vérifiés à cette époque. Pour cette raison, l'Institut für Angewandte Geodäsie a distribué, en avril 1961, un nouveau photoplan et un nouveau schéma. De plus, nous avons envoyé des suppléments pour les fiches signalétiques. A ce moment, on disposait déjà de l'expérience acquise par le Centre pilote pendant ses restitutions. C'est pourquoi le Président a attiré l'attention des centres de restitution sur les particularités suivantes:

- Les vols photogrammétriques ont été réalisés pendant la période du labourage. Pour cette raison quelques signaux furent détruits et durent être rétablis. C'est pourquoi leurs caractéristiques supplémentaires d'identification eurent des formes partiellement différentes pendant les différents vols. Mais comme il n'était possible de représenter qu'une seule forme de signalisation dans le photoplan et dans le schéma au 1 : 5 000, il existe parfois une différence entre photoplan et prises de vues.
- Les fiches signalétiques indiquent, pour quelques points, deux genres de signaux, mais fréquemment ce n'est qu'un de ces types qui s'applique aux vols de la Commission C (l'autre se référant aux vols de la Commission B).
- Dans le cas où les signaux sont situés au niveau du sol, c'est-à-dire directement sur les bornes, piquets ou tubes, la fiche signalétique contient un croquis schématique indiquant le terrain horizontal. Mais souvent cette forme du terrain n'est pas exactement conforme à la réalité (nature).

- Les altitudes terrestres de tous les points de contrôle et de comparaison se réfèrent au niveau des signaux. C'est pourquoi dans la restitution, il faut veiller à observer l'altitude de la plaque du signal et non l'altitude du terrain environnant, ou bien à prendre en considération la différence entre l'altitude du terrain et celle du signal.
- Le Centre pilote avait restitué tous les points, et malgré cela des confusions de points se présentaient. Le danger de telles confusions de points grandissait lorsqu'il ne fallait mesurer que 80 points dans chaque modèle. Les centres ont été invités à prendre garde à cette source d'erreurs d'une façon particulière (avec succès, comme cela s'est manifesté plus tard).

Dans le champ d'essai de Reichenbach, chaque point était marqué par un signal et par une ou plusieurs bandes supplémentaires servant d'auxiliaires d'identification. Dans le cas où des signaux ou des bandes étaient couverts complètement ou partiellement, on courait le danger qu'une bande auxiliaire soit restituée au lieu du signal propre. Malheureusement le Président n'avait pas attiré l'attention des centres sur cette source d'erreur avant les observations, parce qu'il ne l'avait découverte que lors de l'analyse des résultats du calcul. Quelques points ont été éliminés plus tard à cause de telles fautes.

La Commission avait déjà arrêté les modalités techniques d'exécution sous forme de «Directives pour la restitution». Voici la teneur de ces Directives:

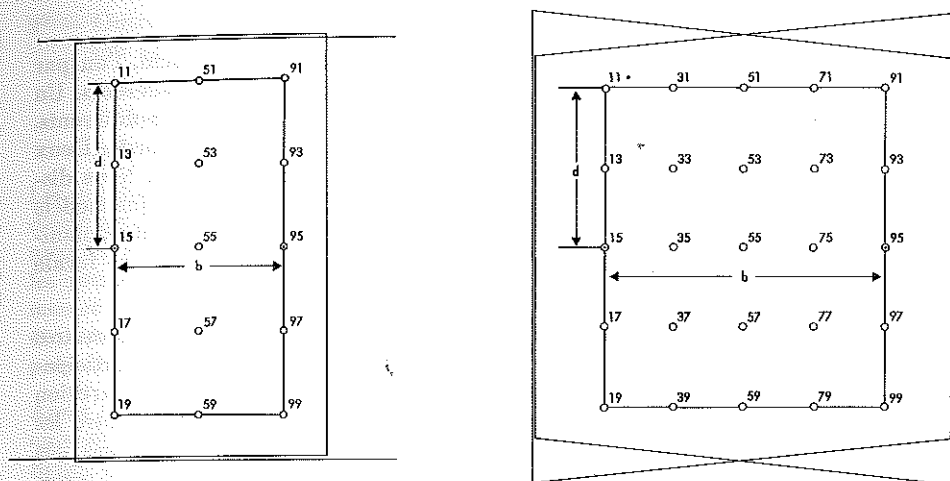
- 1° — Chaque centre de restitution doit restituer au moins deux essais selon les combinaisons proposées. Chaque essai comprend deux modèles d'une bande. Chaque modèle doit être orienté (y compris l'orientation intérieure) et observé trois fois, de façon indépendante. La distorsion des chambres de prise de vues doit être éliminée autant que possible par des plaques de compensation ou tout autre dispositif similaire.
- 2° — Le procédé de l'orientation relative et absolue peut être choisi librement. Pour l'orientation absolue, 5 points de contrôle sont imposés dans chaque stéréogramme. Il est interdit de se servir d'autres points, même si l'on en connaît les coordonnées. Les données définitives de l'orientation doivent être indiquées.
- 3° — Toutes les coordonnées doivent être observées en deux passages à époques différentes afin d'éviter que les deux observations d'un point ne soient exécutées l'une immédiatement après l'autre.
- 4° — A la suite de la mesure des points signalisés, les parallaxes doivent être mesurées dans 15 régions et, dans le cas des prises de vues convergentes, dans 25 régions (Fig. 3). Les points 15 et 95 sont les points nadiraux des deux images.
- 5° — Si possible, les parallaxes verticales seront mesurées stéréoscopiquement (prismes de Dove). Les mises au point devront s'effectuer sur deux détails de l'image qui se trouvent à proximité immédiate des points idéaux. En principe il faut utiliser des points non-signalisés. Les parallaxes verticales sont à mesurer également en deux passages séparés. Toutes les lectures doivent être enregistrées dans le protocole.
- 6° — Si possible, les parallaxes doivent être mesurées à l'aide de b_y . Le cas échéant, il pourra être avantageux de déterminer les translations au moyen de comparateurs à cadran.

En utilisant des instruments sans b_y , on peut recourir aux rotations ω pour les mesures. En ce cas, il est toujours opportun d'utiliser des comparateurs à

cadran pour augmenter la précision. Les données dont on a besoin pour calculer les parallaxes verticales à l'aide des variations de l'inclinaison latérale, doivent être indiquées.

La position de départ du mécanisme d'orientation utilisé pour la mise au point des parallaxes doit être inscrite en tête du protocole.

FIG. 3 — Position des points lors de la mesure des parallaxes



a) prises de vues verticales

b) prises de vues convergentes

7° — Les indications suivantes seront fournies dans un rapport final:

- Matériel image restitué, vol, échelle image;
- appareil de restitution utilisé, plaques de compensation, échelle modèle;
- procédé d'orientation relative et absolue;
- position de la base (base intérieure ou base extérieure);
- description du déroulement des travaux, temps nécessaire, remarques complémentaires sur l'installation pour la climatisation, sur l'opérateur et son expérience pratique, les transformations, les réglages des appareils, le rétrécissement des films et les parallaxes résiduelles.

8° — Les observations des centres de restitution doivent être terminées pour le 15 octobre 1961 au plus tard.

Le Comité Directeur entérina ces directives qui furent distribuées aux centres de restitution. La Commission F ne s'intéressant pas aux mesures des parallaxes, nous avons conservé les règles y relatives dans les directives. Vu le fait que les observations dans le comparateur fournissent également des parallaxes résiduelles, il serait possible de comparer la précision de l'orientation à l'aide des mesures des parallaxes dans les appareils stéréoscopiques de restitution qui ont été utilisés. En outre on pourrait peut-être obtenir des indications au sujet de certaines erreurs systématiques.

3.3. Résultats de la restitution

16 centres ont participé aux restitutions avec les appareils suivants:

- Stéréoplanigraphe C8 de Zeiss,
- Autographe A7 de Wild,
- Stéréocomparateur de précision PSK de Zeiss,
- Stéréocomparateur de précision STK 1 de Wild,
- Stéréocomparateur 1818 de Jéna.

Deux centres ont restitué une partie des clichés deux fois indépendamment, l'un par deux opérateurs différents et l'autre centre à l'aide de deux appareils différents. Un centre de restitution a utilisé des appareils différents pour les clichés de vols différents. Ces restitutions figurent chaque fois sous un numéro particulier (cf. tableau 3). Deux centres ont fait restituer les deux passages par deux opérateurs différents. Nous discuterons encore ces détails ci-après. Deux autres centres ont fait restituer chaque modèle par un opérateur différent. Pour restituer les vols 1.4 et 1.8 à l'aide du Stéréoplanigraphe C8 (restitution 1), nous avons transformé les clichés pour une distance focale de 115 mm à l'aide d'un réducteur de précision.

Nous avons tenté de répartir les essais uniformément sur les 8 vols. Mais certains centres de restitution ont ultérieurement annulé, réduit ou étendu leur promesse de participation. De ce fait l'ensemble de la participation ne s'est pas modifié, mais la répartition uniforme initiale a été détériorée. La répartition définitive des restitutions entre les différents vols est représentée au tableau 3. Il en découle que nous disposons des mesures de 59 essais. En ce qui concerne les appareils analogiques, le nombre des essais varie entre trois et huit pour les différents vols. Etant donné que lors des restitutions 6 et 12 les stéréogrammes n'ont été mesurés qu'une fois au comparateur, le matériel d'observation comprend les résultats des mesures d'un total de 290 stéréogrammes.

Le centre de Hanovre a classé les signaux selon leur visibilité et les a répartis en quatre groupes. Il est donc possible de calculer à nouveau la répartition du pourcentage en fonction des groupes de qualité. Si nous groupons, d'une part, les points dont la visibilité est »bonne« et »modérée« et, d'autre part, les points dont la visibilité est »mauvaise« et les points »qui ne sont pas mesurés faute de leur visibilité ou à cause d'une trop grande incertitude de leur pointé«, la distribution correspond à peu près à celle du »Centre pilote« (cf. tableau 2).

Le Président était rempli d'optimisme en fixant la date pour laquelle les mesures devaient être terminées. Il y a bien lieu de mentionner qu'un centre de restitution a déjà transmis ses résultats en juin 1961. A la mi-octobre 1961, 31 essais étaient déjà terminés et 6 étaient en cours d'exécution. Malgré cela, l'achèvement de toutes les autres restitutions a réclamé une année de plus.

4. Calculs

4.1. Le programme de calcul

En même temps que les »Directives pour la restitution« (cf. par. 3.2 ci-dessus), les centres de restitution ont reçu les »Directives pour les calculs« suivantes:

- 1° — Les coordonnées planimétriques dans le système machine sont transformées dans le «Système de Reichenbach» en utilisant les coordonnées données de 5 points de contrôle par une transformation linéaire conforme (transformation de Helmert).

Les altitudes sont également transformées en utilisant les cinq points de contrôle (amélioration du calage à l'horizontale) par une transformation linéaire. Les résultats doivent figurer dans le répertoire des coordonnées selon un numérotage dans le sens croissant et dans l'ordre suivant: numéro du point, x , y , z (plus tard aussi d_x , d_y , d_z).

- 2° — Outre les coordonnées planimétriques et les altitudes transformées, les centres ont également à fournir les constantes requises pour cette transformation.

Les centres sont libres soit de transformer les deux passages de mesure sous forme indépendante et de moyenner les coordonnées transformées, soit de moyenner les coordonnées-machine avant la transformation.

Les questions portant sur l'analyse des résultats de mesures ont été ajournées. Au mois d'octobre 1961, le Président présenta aux membres de la Commission et aux centres associés le «Projet d'un programme de calcul», comprenant dix points. Il en résulta les questions suivantes: De quelle façon peut-on s'en tenir à ce programme? Dans quelle mesure les centres peuvent-ils exécuter les calculs eux-mêmes? Quels calculs peuvent être confiés à un centre de calcul central? Au mois de mai 1962, le projet fut également présenté au Comité Directeur qui, en principe, approuva ce programme.

Après avoir reçu les réponses des centres, la Commission délibéra sur le programme au mois d'octobre 1962. Il en résulta le «Premier programme de calcul (champ d'essai de Reichenbach)» établi par le Président en tenant compte des modifications suggérées par la Commission. Ce programme fut distribué par une lettre circulaire. De ce projet initial on a différé l'exécution partielle du point 5 et la totalité des points 6, 7, 9 et 10. (Lorsqu'on parle désormais d'erreurs moyennes, dans ce texte il s'agit toujours de »fonctions estimées« ou de »valeurs estimées« au sens statistique du terme. De cette façon nous obtenons un aperçu de la précision des observations etc.)

Le premier programme ne comprenait donc que les calculs d'erreurs suivants:

- 1° — Précision de mesure M

Les erreurs moyennes m_x , m_y , m_z sont à calculer à partir des différences d_x , d_y , d_z entre les passages 1 et 2 (erreurs moyennes de coordonnées de deux mesures).

Formule:

$$m_{q_1} = \sqrt{\frac{[d_q^2]}{4n}} \quad (1)$$

$q = x, y, z$,

$n =$ nombre des points (différences),

$m_{q_1} =$ erreur moyenne de mesure de la moyenne de deux séries.

Quand on a approché le ballonnet des points en venant de directions différentes pendant chaque passage à l'instrument, il faut éliminer les parties systématiques.

Formule:

$$[d_q'^2] = [d_q^2] - \frac{[d_q]^2}{n} \quad (2)$$

Quand un centre de restitution n'est pas à même de calculer les différences résultant des trois mesures, il faut au moins utiliser les différences des premières mesures des deux stéréogrammes de chaque vol.

2° — Précision d'adaptation E

Les coordonnées-machine de chaque stéréogramme sont transformées dans le »Système de Reichenbach« en utilisant les coordonnées données de cinq points de contrôle et cela, ou bien:

- a) séparément pour la planimétrie et l'altimétrie. La planimétrie selon Helmert (transformation linéaire conforme) et l'altitude par rotation du modèle autour de deux axes et par translation;
- b) spatialement, simultanément pour la planimétrie et l'altimétrie par transformation par similitude. Dans ce cas, les coordonnées planimétriques et altimétriques peuvent avoir des poids différents.

Il faut calculer les erreurs moyennes, séparément pour x , y et z à partir des différences entre les coordonnées terrestres des cinq points de contrôle et les coordonnées photogrammétriques transformées (après la compensation).

Formules pour les compensations selon 2a:

$$m_{k_2} = \sqrt{\frac{[v_x^2] + [v_y^2]}{n - u}} \quad \text{ou} \quad m_{q_2} = \sqrt{\frac{2[v_q^2]}{n - u}}, \quad (3)$$

m_k = erreur moyenne de coordonnées,

q = x , y ,

n = 10 = nombre des équations d'erreur,

u = 4 = nombre des inconnues,

$$m_{z_2} = \sqrt{\frac{[v_z^2]}{n - u}}, \quad (4)$$

n = 5 = nombre des équations d'erreur,

u = 3 = nombre des inconnues.

Formules pour les compensations selon 2b:

$$m_{k_2} = \sqrt{\frac{[pv^2]}{n - u}} \quad \text{ou} \quad m_{q_2} = \sqrt{\frac{3[v_q^2]}{n - u}}, \quad (5)$$

n = 15 = nombre des équations d'erreur,

u = 7 = nombre des inconnues.

3° — Précision absolue A

En utilisant les formules de transformation obtenues au chiffre 2 ci-dessus, on transforme les coordonnées photogrammétriques des points de comparaison. Les erreurs moyennes sont calculées à l'aide des différences entre les coordonnées photogrammétriques transformées et les coordonnées terrestres de tous les points de comparaison mesurés (cf. fig. 4a), séparément pour les coordonnées x , y et z , les points étant groupés de façon suivante (cf. par. 2.4):

- (I) = Points à l'intérieur de la polygonale des points de contrôle
- (A) = Points à l'extérieur de la polygonale des points de contrôle
- (R) = Points au bord
- (S) = Points spéciaux.

Formule:

$$m_{q_3} = \sqrt{\frac{[v_q^2]}{n}} \quad (6)$$

n = nombre des points de comparaison du groupe de points correspondant.

- 4° — Erreurs relatives résultant des écarts des moyennes des coordonnées obtenues par trois mesures indépendantes d'un modèle (dispersion des coordonnées par la mise en place du modèle à plusieurs reprises) R

Afin de dégager les erreurs photogrammétriques irrégulières d'adaptation et de mesure d'éléments d'erreurs systématiques, on a calculé les erreurs relatives et les erreurs systématiques (cf. chiffre 8).

- a) Chaque stéréogramme a été mesuré trois fois indépendamment et chaque observation a été transformée en utilisant les cinq points de contrôle donnés. C'est la raison pour laquelle il y a trois séries de trois coordonnées pour chaque point. On en a formé une moyenne pour chacune. Ensuite les erreurs moyennes photogrammétriques ont été calculées, séparément pour les coordonnées x , y et z à l'aide des $3n$ écarts v_q entre les mesures individuelles et les moyennes respectives (cf. fig. 4b).

Formule:

$$m_{q_4} = \sqrt{\frac{[v_q^2]}{2n}} \quad (7)$$

n = nombre des points.

- b) En utilisant les coordonnées des trois mesures, on a établi les trois différences possibles (d_{12} = mesure 1 — mesure 2, d_{23} = ..., d_{31} = ...). De ces différences, on a calculé les erreurs moyennes photogrammétriques, séparément pour les trois coordonnées x , y , z .

Formule:

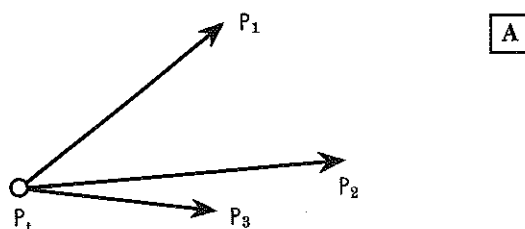
$$m_{q_4} = \sqrt{\frac{[d_q^2]}{6n}} \quad (8)$$

n = nombre des points.

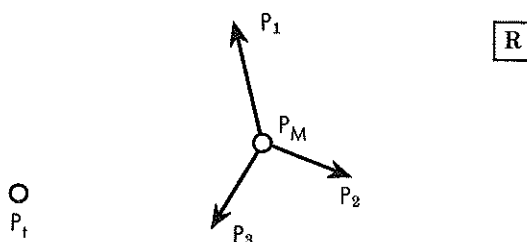
$[d^2]$ = total des carrés de toutes les différences d_{12} , d_{23} , d_{31} pour chacune des trois coordonnées.

Les centres sont libres de décider laquelle de ces formules ils préfèrent appliquer car les deux méthodes de calcul aboutissent aux mêmes erreurs moyennes.

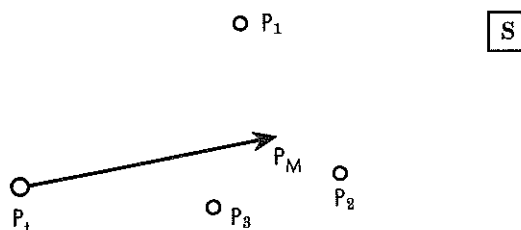
FIG. 4 — Explication des erreurs moyennes (valeurs estimées)
provenant du programme de calcul



- a) précision absolue selon chiffre 3 du programme de calcul
 v_q = différences des coordonnées entre P_t et P_i



- b) erreurs relatives selon chiffre 4 du programme de calcul
 v_q = différences des coordonnées entre P_M et P_i



- c) erreurs systématiques selon chiffre 8 du programme de calcul
 Δq = différences des coordonnées entre P_t et P_M

Notations:

P_t = point déterminé par voie terrestre

P_1, P_2, P_3 = points déterminés par voie photogrammétrique résultant de la mise en place du modèle à plusieurs reprises ($i = 3$)

P_M = centre de gravité de P_1, P_2, P_3

5° — Précision des distances D

Pour la comparaison, les distances pouvaient être choisies selon différents points de vue, p. ex.:

- Selon la longueur des distances comme pour Oberriet. Cependant, dans le champ d'essai de Reichenbach, il n'y avait pas de distances très courtes.
- Selon l'azimut par rapport à la direction du vol comme pour les longues distances d'Oberriet.
- Selon la pente du terrain. Dans ce cas, les distances peuvent avoir à peu près la même longueur, de telle manière que la longueur de la distance n'intervient pas comme paramètre.
- Selon le mode de matérialisation et de signalisation des extrémités. Chaque point signalisé a reçu précédemment un numéro de classification adéquat (cf. par. 2.4).
- Selon la situation dans le stéréogramme, p. ex. à l'intérieur de la polygonale des points de contrôle ou dans la zone marginale.

Il faut tenir compte du fait que, dans le champ d'essai de Reichenbach — contrairement à ce qui s'est passé pour le champ d'essai d'Oberriet — on n'a mesuré aucune distance directement et que les points sont répartis uniformément sur le terrain. Pour cette raison, il fallait calculer les distances terrestres de comparaison à partir des coordonnées déterminées par voie photogrammétrique. La Commission décida à ne pas tenir compte des deuxième et cinquième critères (azimut et situation dans le stéréogramme), mais de choisir les distances de la manière suivante:

- Groupe 1: longueur jusqu'à 150 m environ, petites dénivelées; les extrémités se trouvent dans le même modèle.
- Groupe 2: longueur 150—500 m, petites dénivelées; les extrémités se trouvent dans le même modèle.
- Groupe 3: longueur jusqu'à 150 m environ, petites dénivelées; les extrémités se trouvent dans différents modèles.
- Groupe 4: longueur 150—500 m, petites dénivelées; les extrémités se trouvent dans différents modèles.
- Groupe 5: longueur jusqu'à 150 m, grandes dénivelées; les extrémités se trouvent dans le même modèle (comparable aux distances du groupe 1).

Chaque point ne doit être utilisé qu'une seule fois dans un groupe. En cas de nécessité, le nombre des distances devait être limité. Cent distances environ ont été choisies par vol (deux stéréogrammes). 20 distances environ devaient se trouver dans chaque groupe. Nous n'avons pas pu atteindre ce nombre à cause des courtes distances dont les extrémités se trouvent dans des modèles différents (groupe 3). Dans le tableau 4, nous avons résumé en les classant séparément par vols et par groupes, le nombre prévu de distances et la longueur moyenne des distances en mètres. Lors de la sélection des points de comparaison sur le terrain, il fallait observer une distance minimal d'environ 100 m. C'est pour cette raison qu'on ne peut s'attendre à des distances plus courtes dans les groupes 1, 3 et 5.

Nous avons choisi un certain nombre de points de comparaison dans les modèles à petite échelle image et à grande surface, c'est pourquoi les distances y sont un peu plus longues. Les valeurs moyennes pour les grandes distances des groupes 2 et 4 se situent entre 400 m et 500 m environ. Dans ce cas aussi, les distances sont un peu plus longues dans les modèles à petite échelle image. Toutefois, si nous ramenons ces longueurs à l'image, les rapports seront inversés, c'est-à-dire que les distances entre les extrémités, mesurées dans le cliché, sont plus petites dans les modèles à petite échelle image. Ceci vaut spécialement pour les longues distances (cf. tableau 5). Les distances du groupe 5 ont, en moyenne, des dénivelées de $\tan \beta = 0,25$ ($\tan \beta_{\min} = 0,09$ et $\tan \beta_{\max} = 0,59$).

La comparaison des distances a été effectuée uniquement en utilisant la première des trois mesures de chaque stéréogramme. Pour les groupes 3 et 4, il fallait utiliser les coordonnées photogrammétriques (transformées) provenant des mesures faites dans les stéréogrammes indiqués dans les listes des distances et non les valeurs moyennes éventuelles résultant des deux stéréogrammes du vol.

Formules:

Distance formée à partir de coordonnées terrestres

$$s_t^2 = \Delta x_t^2 + \Delta y_t^2 . \quad (9)$$

Distance formée en utilisant les coordonnées photogrammétriques (transformées)

$$s_p^2 = \Delta x_p^2 + \Delta y_p^2 , \quad (10)$$

$$\Delta s = s_t - s_p , \quad (11)$$

$$m_s = \sqrt{\frac{[\Delta s^2]}{n}} , \quad (12)$$

n = nombre des distances du groupe correspondant.

Au cours de son essai «Revöira» [7], la Société Internationale de Photogrammétrie a constaté que la signalisation des extrémités affecte l'erreur de distance. Dès lors, il y a lieu de tenir compte de ce critère. L'influence de ces erreurs peut cependant être mise en évidence à partir des erreurs de coordonnées. Jusqu'à présent, une telle recherche n'a pas encore été prévue, mais il serait opportun de la reprendre plus tard.

8° — Erreurs systématiques résultant des moyennes des coordonnées obtenues par trois mesures indépendantes d'un modèle S

On a calculé et représenté graphiquement les erreurs systématiques des coordonnées photogrammétriques des points de comparaison lors de l'exécution des calculs définis au chiffre 4.

En utilisant les moyennes des coordonnées obtenues par les observations photogrammétriques x_p, y_p, z_p (cf. chiffre 4a) et les coordonnées terrestres correspondantes x_t, y_t, z_t , on a formé les différences $\Delta q = q_p - q_t$, et, partant de ces différences, on a calculé, séparément pour les quatre groupes de points indiqués au chiffre 3, la moyenne quadratique des erreurs systématiques (cf. fig. 4c).

Formule:

$$m_{q_8} = \sqrt{\frac{[\Delta q^2]}{n}}. \quad (13)$$

En ce qui concerne les erreurs systématiques, il ne s'agit que des écarts constants des coordonnées Δq de différents points lors de la mise en place du modèle à plusieurs reprises. Les valeurs Δq changent de point en point, mais non selon une règle mathématique.

Pour obtenir un tableau général et clair des erreurs et pour avoir la possibilité de mieux comparer les mesures exécutées par les centres de restitution, les différences ont été représentées graphiquement pour chaque point sur des feuilles transparentes en séparant la planimétrie de l'altimétrie. Le Président a distribué des originaux pour la production des supports transparents par les centres de restitution.

Au chiffre 8, le programme de calcul donne également des détails en vue de la réalisation des représentations graphiques, p. ex. sur l'échelle et les directions des vecteurs etc.

(9) Les points suivants étaient contenus dans le premier projet, mais ils n'ont pas été retenus dans le programme de calcul définitif:

(10) 5° — (2^e partie) La précision d'éléments altimétriques voisins, c'est-à-dire une comparaison des altitudes analogue à celle des distances. Un centre de restitution devrait se charger de ce calcul sous forme d'une recherche spéciale individuelle.

(11) 6° — Le calcul de l'erreur d'adaptation et de l'erreur absolue en utilisant tous les points de comparaison. Dans la compensation altimétrique, on doit introduire à la fois soit trois soit cinq inconnues. On peut ainsi tirer des conclusions sur l'orientation relative et absolue.

(12) 7° — Le calcul de l'erreur relative. Il était prévu de transformer les coordonnées des trois mesures de chaque modèle les unes d'après les autres afin de pouvoir éliminer l'influence des erreurs des points de contrôle.

9° — L'adaptation altimétrique améliorée. Au lieu de cinq points de contrôle, on doit utiliser cinq couples de points. De cette façon on pourrait répondre aux objections éventuelles contre les erreurs moyennes obtenues selon chiffre 2.

10° — Mesures de parallaxes.

Avec le programme de calcul définitif, le Président a fait parvenir aux centres les listes des distances choisies (voir chiffre 5) et les transparents pour les représentations graphiques (voir chiffre 8). Les listes des groupes de points de comparaison (chiffre 3) avaient déjà été distribuées auparavant. Il ne s'est trouvé aucun bureau central pour effectuer les calculs indiqués aux chiffres 4, 5 et 8. C'est pourquoi les centres de restitution se sont chargés de tous les calculs. En vertu d'arrangements internes, quelques centres se sont occupés plus tard, soit entièrement soit partiellement, des travaux de calcul qui avaient été initialement confiés à d'autres centres. Nous avons ajourné provisoirement les calculs prévus aux chiffres 6 et 7 pour ne pas retarder les autres travaux; les calculs mentionnés aux chiffres 9 et 10 n'étant déjà cités dans le premier projet que comme travaux supplémentaires.

4.2. Calculs des centres de restitution et standardisation des résultats

In fine du programme de calcul, on avait indiqué, pour chaque chiffre, les données désirées ou nécessaires pour une analyse. Il s'agissait en plus des formules de transformation, des coordonnées photogrammétriques transformées et des écarts v entre ces coordonnées et les coordonnées terrestres, des distances calculées et des différences sur les distances p. ex.

- les erreurs moyennes m_x, m_y, m_z .
- le nombre n des différences ou des points,
- si possible $[v_x], [v_y], [v_z]$ et $[v_x^2], [v_y^2], [v_z^2]$ respectivement
 $[d_x], [d_y], [d_z]$ et $[d_x^2], [d_y^2], [d_z^2]$,
- la relation entre l'échelle image et l'échelle modèle,
- le système de lecture de l'altitude: soit dans l'instrument de restitution directement en mètres (terrain) soit en millimètres à l'échelle du modèle.

Toutes les erreurs moyennes devaient être indiquées en «cm sur le terrain» (éventuellement en fractions). En outre, tous les écarts dépassant trois fois l'erreur moyenne correspondante, devaient être indiqués et, si possible, expliqués.

Vu la faible surabondance de déterminations, l'erreur moyenne résultant des compensations altimétriques (cf. chiffre 2) n'a pas grande valeur significative; on l'a cependant retenue comme norme de calcul. Comme il existe plusieurs essais pour chaque vol, nous sommes probablement en mesure de tirer une conclusion sur l'erreur de mise en place. C'est seulement à l'issue de l'exécution des observations que les centres ont reçu une deuxième série de listes de points contenant la classification des points de comparaison. Avec ces points de comparaison, les points de contrôle — qui se trouvaient déjà au début de la liste — sont encore une fois repris. De cette façon il était possible à un centre, ayant mesuré une deuxième fois les points de contrôle au cours de l'observation des points de comparaison et n'ayant pas utilisé les coordonnées pour déterminer la formule de transformation, d'incorporer les différences v de la deuxième mesure dans le calcul selon le chiffre 3 du programme. Puisque les photographies ne furent mesurées qu'une seule fois au stéréocomparateur, on peut renoncer aux calculs prévus aux chiffres 4 et 8. Quelques centres avaient déjà commencé leurs mesures avant que le programme de calcul définitif fût établi. Pour cette raison il a quelque fois fallu compléter plus tard les données de calcul. Au mois de décembre 1963, cependant, tous les résultats étaient obtenus par tous les centres.

Bien qu'on ait joint au programme de calcul une liste modèle relative à la fourniture des données, les centres ont soumis leurs résultats sous des formes très différentes. Cette diversité est en partie due à l'utilisation de moyens de calcul différents. Dans certains cas les différences d'interprétation des directives étaient encore plus grandes, tant pour les mesures que pour les calculs. Par exemple, un centre a lu directement les altitudes en «mètres sur le terrain» pour les soumettre à une translation lors du calcul. Un autre centre a mesuré les altitudes en «millimètres à l'échelle modèle» et a effectué l'orientation absolu du modèle de façon approximative pour finalement transformer spatialement le groupe entier des points. De telles différences influencent naturellement la précision. Certains centres avaient aussi leurs conceptions propres quant à la qualité des points et, selon leur conception, ils ont omis un nombre plus ou moins grand de points. Cela était, évidemment, contraire à l'objectif des recherches.

Ces remarques n'ont pour but que de montrer la nécessité de standardiser les résultats fournis par les centres avant de pouvoir préparer un schéma de traitement de ces données.

D'abord nous avons contrôlé toutes les mesures et tous les calculs des centres en vue de vérifier les points qui avaient été utilisés et ceux qui avaient été omis. En nous appuyant sur ces données, nous avons essayé de résumer les raisons expliquant ces omissions de points (cf. par. 4.3). Ensuite, nous avons rassemblé dans un formulaire toutes les données et tous les résultats — séparément pour chaque centre et pour chaque vol — en examinant les calculs effectués par les centres et en procédant à des vérifications par coup de sonde. Cette opération fut nécessaire parce que des centres bien qu'ayant, p. ex., déjà à leur disposition les programmes prévus pour ces travaux, avaient quand même utilisé d'autres formules de calcul que celles prévues pour ce travail. Dans les calculs prévus aux chiffres 3, 4 et 8 du programme, d'autres centres ont par erreur traité les points de contrôle comme des points intérieurs, quoique ces points n'aient pas été mesurés deux fois. Chaque centre a reçu un répertoire de ses résultats corrigés ainsi que les listes des points afin de pouvoir en faire la critique et de compléter les données encore manquantes. En même temps, nous avons indiqué les problèmes que nous ne pouvions pas résoudre à l'aide du matériel fourni.

4.3. Listes des points et des distances

Les points de contrôle à utiliser et les points de comparaison à restituer avaient été prescrits pour chaque stéréogramme (cf. les par. 2.4 et 3.1). Malgré cela, des centres avaient mesuré des points additionnels ou en avaient omis d'autres. Dans le tableau 6, nous avons indiqué — séparément pour les centres et les modèles — ceux des points qu'on pouvait utiliser pour calculer les erreurs moyennes et ceux qu'on avait utilisés. Ce tableau ne vise qu'à donner un aperçu des causes variées à la base des modifications constatées du nombre prescrit de points dans chaque modèle. Nous avons réuni les trois mesures d'un modèle effectuées dans chaque centre. Si cela permet de se faire une idée des données manquantes, il faut, avant tout, se rendre compte des différences entre les trois mesures.

En appelant:

n_P : le nombre des points de contrôle. Pour chaque modèle on a $n_P = 5$.

n_V : le nombre des points de comparaison. Dans les modèles 1.12, 1.41 et 1.42 le nombre n_V s'écarte de 80.

Les raisons des altérations du nombre des points sont commentées ci-après. En indiquant par:

n_0 : points à mesurer. Si chaque modèle est mesuré trois fois indépendamment selon les directives, on aura $n_0 = 3 (n_P + n_V)$.

n_a : points supplémentaires. Certains centres ont mesuré une première fois les points de contrôle puis une fois encore avec les points de comparaison. Il y a aussi des cas où, en plus des points de comparaison prescrits, d'autres points ont été restitués.

n_b : omissions motivées. Ce sont des points que l'opérateur n'a pas trouvés ou que, contrairement aux directives, il n'a pas mesurés à cause de la mauvaise qualité du signal.

n_c : omissions sans intention. Ce sont des points mesurés seulement dans un passage ou encore des points dont les deux mesures diffèrent grossièrement l'une de l'autre. A ce groupe appartiennent aussi quelques points incorrectement identifiés.

n_d : points de contrôle mesurés deux fois. Certains centres, ayant mesuré deux fois les points de contrôle, ne tenaient pas compte de la première mesure dans le programme de la machine à calculer.

n_l : points utilisés pour le calcul des erreurs conformément au chiffre 1 du programme de calcul. On a : $n_l = n_0 + n_a - n_b - n_c - n_d$.

Après la transformation, on a encore éliminé d'autres points, à savoir :

n_e : points identifiés incorrectement (cf. aussi n_c).

n_f : points présentant des écarts considérables. Certains centres avaient déjà éliminé d'eux-mêmes des points dont les écarts sur les coordonnées dépassaient le triple de l'erreur moyenne calculée par le centre lui-même. Il y a eu aussi des cas où l'opérateur a mesuré le centre de la bande auxiliaire de signalisation au lieu du signal.

n_g : points affectés d'erreurs de calcul. Pour la plupart, il s'agit de points qui, normalement, ne devraient figurer qu'en n_l .

n_h : points de contrôle ne figurant pas en n_d , et points pour lesquels il n'existe pas de coordonnées de comparaison (cf. n_a).

n_3 : points utilisés pour le calcul d'après le chiffre 3 du programme de calcul. On a : $n_3 = n_l - n_e - n_f - n_g - n_h$.

Des points de contrôle mesurés deux fois auraient pu être en même temps des points de comparaison si une mesure seulement avait été utilisée pour établir les éléments de transformation.

Les calculs, prescrits par les chiffres 4 et 8 du programme de calcul, étaient conditionnés par l'existence des coordonnées dans les trois mesures d'un modèle. Il en résultait d'autres omissions indiquées ci-dessous :

n_i : points n'existant pas dans les trois mesures d'un modèle, ou pour lesquels une des mesures n'a pas été faite pour d'autres raisons.

n_8 : points utilisés pour le calcul prévu au chiffre 8 du programme de calcul. Normalement on a $n_8 = \frac{1}{3} (n_3 - n_i)$. Dans certains cas, les centres n'ont utilisé que la moyenne de deux valeurs. Or, n_8 signifie le triple des valeurs. Si toutes les mesures sont exécutées et les points de contrôle ne sont pas mesurés deux fois, on aura $n_8 = n_7$.

n_k : points pour lesquels il existe trois mesures cohérentes, mais qu'on ne peut néanmoins utiliser par suite d'écarts grossiers par rapport aux coordonnées de comparaison.

n_4 : points utilisés dans le calcul d'erreurs prévu au chiffre 4 du programme de calcul. Une partie des omissions indiquées en n_i n'est considérée qu'ici. En général on a : $n_4 = n_8 + n_k$.

Nous attirons encore une fois l'attention sur le fait que nous avons introduit le facteur $\frac{1}{3}$ dans les trois dernières colonnes, afin que n_4 et n_8 correspondent au nombre n dans les équations (8) et (13) du programme de calcul.

De la même manière, nous avons établi le nombre des distances à calculer et celui des distances omises. Conformément à une décision prise par la Commission en octobre 1962, on devait calculer les distances en n'utilisant chaque fois que les premières mesures du modèle. Cependant, pour les centres hollandais, l'ITC a calculé les distances en utilisant les trois mesures. Dans le tableau 6, on appelle:

n_3 : nombre des distances choisies par le Président.

n_l : nombre des distances non calculées du fait que l'une des extrémités (ou les deux extrémités) n'a pas été mesurée.

n_5 : nombre des distances utilisées pour les calculs selon le chiffre 5 du programme de calcul.

Pour juger de la validité de chaque restitution, nous avons transformé les valeurs n_3 en pourcentage, en représentant par:

v_3 : le nombre des points utilisés pour les calculs selon le chiffre 3 du programme de calcul (n_3) exprimé en »pour cent« du nombre des points de comparaison. Étant donné que nous avons groupé les trois mesures d'un modèle, on a normalement $v_3 = 100 n_3 : 3 n_p$. Si un centre avait mesuré les points de contrôle deux fois, on aurait $v_3 = 100 n_3 : 3 (n_p + n_p)$.

De la même manière, nous avons dressé la liste des points et des distances pour effectuer les mesures à l'aide du comparateur (cf. tableau 7). Le »Centre pilote« n'avait mesuré les points qu'en un seul passage. L'ITC Delft a utilisé pour les calculs de la restitution 12 un extrait de ces mesures du »Centre pilote«. Pour cette raison, le calcul de l'erreur de mesure n'a pas eu lieu. Une partie des erreurs d'identification est imputable aux documents qui, à cette époque, étaient encore incomplets et non vérifiés. D'autre part, les modèles ont été restitués trois fois indépendamment comme ce fut le cas avec les appareils analogiques pour la restitution 19. Cependant les erreurs moyennes selon le chiffre 1 du programme de calcul n'ont été calculées que pour la première des trois mesures.

Dans le tableau 8, nous avons résumé par vol les résultats des tableaux 6 et 7. De n_1 , nous avons tenu compte des mesures de la restitution 12 dans les observations effectuées à l'aide du comparateur. Cependant, de n_i jusqu'à n_4 , nous n'avons indiqué que les valeurs de la restitution 19.

Pour apprécier la validité des restitutions, les points n_a mesurés additionnellement sont sans importance. De même, il ne faut tenir compte ni des déductions n_d pour les points de contrôle mesurés deux fois, ni de celles faites en n_h . Les omissions n_c et n_e ont des rapports très étroits entre elles, parce qu'elles ont les mêmes causes pour la plupart. Souvent les points n_c furent mesurés incorrectement soit dans le premier soit dans le deuxième passage, et les points n_e furent mesurés incorrectement tant dans le premier que dans le deuxième passage. Vu le fait que, dans nos essais, une partie seulement des points signalisés devaient être mesurés, il est probable que de telles omissions arrivent plus rarement au cours de travaux normaux de restitution. Tandis que, dans la plupart des cas, pour n_c et n_e , il existe une confusion entre deux points signalisés, il s'agit, pour les points n_l , d'une fausse identification du signal d'un point. Les points indiqués sous n_g se réfèrent presque exclusivement à la restitution 11. On aurait pu utiliser ces points pour les calculs sous chiffre 3 du programme de calcul, en les ne citant que sous colonne n_i . Les omissions dans ces deux groupes de points sont

la conséquence des omissions précédentes n_b , n_c , n_e et n_f . Il en est de même pour les omissions n_i pour les distances. Les points additionnels n_h sont également sans importance pour estimer la qualité.

Dans la restitution 12 (observations au comparateur), on n'a mesuré qu'un seul passage et, dans ce cas, il n'y a pas eu de différences entre les deux passages. Pour les restitutions 6 et 12, les calculs conformes aux chiffres 4 et 8 du programme de calcul n'ont pas eu lieu et, il n'existe donc pas de valeurs pour n_i .

Nous avons résumé les résultats de tous les vols (cf. tableau 9) et constaté que, dans l'utilisation des appareils analogiques, la restitution 11 exceptée, il manquait 1,1% de l'ensemble des points et 1,6% des distances (en tenant compte de la restitution 11, ces pourcentages devenaient respectivement 2,0% et 2,7%). Pour les mesures effectuées à l'aide du comparateur, ces omissions étaient 3,1% de l'ensemble des points, tandis que 4,8% des distances manquaient. En outre, nous avons combiné les résultats d'après les échelles image et avons trouvé que, pour les images au 1 : 12 000, les omissions sont environ deux fois plus nombreuses que pour les prises au 1 : 8 000. A l'aide des appareils analogiques, on a mesuré, sans faute de points, 22 modèles sur un total de 48, soit 6 essais sur un total de 24 à l'échelle du 1 : 8 000, et 8 modèles sur un total de 34, soit 1 essai sur un total de 17 à l'échelle du 1 : 12 000.

Chaque centre ayant mesuré presque tous les points prescrits, il y a pratiquement le même nombre de points de comparaison pour chaque modèle dans tous les cas. Les omissions n'ont pas influencé le résultat de nos travaux. Malgré cela, il serait important pour la photogrammétrie de connaître les raisons qui ont provoqué les omissions n_i (pour les appareils analogiques: 0,2% et pour les comparateurs: 0,6%).

5. Résultats des calculs

Les règles relatives aux mesures et aux travaux de calcul n'étaient pas très détaillées. Elles se limitaient plutôt à quelques directives. Le plan de l'essai révèle immédiatement les paramètres les plus importants, ce sont: les deux échelles image et les quatre chambres de prise de vues. Étant donné que, par exemple, les centres avaient le libre choix de la méthode d'orientation relative et absolue, d'autres paramètres tels que l'échelle modèle et la précision de lecture ont influencé les résultats. De plus, la directive relative à la mesure des coordonnées en deux passages à différentes époques n'était pas sans équivoque et on pouvait aussi se servir de plusieurs variantes pour transformer les coordonnées-machine dans le «système de Reichenbach».

Dès lors, afin de pouvoir se faire une opinion valable sur la précision de mesures, il conviendrait d'observer les principes suivants (cf. [8]):

- On peut interpréter les résultats de la façon la plus simple et la plus sûre s'il s'agit de déterminer soit une seule inconnue soit le rapport fonctionnel entre deux inconnues. Si nous voulons attribuer plus d'importance à un résultat, il faudra exécuter plusieurs observations dans les mêmes conditions.
- Si le nombre des inconnues augmente, il faudra non seulement augmenter les observations, mais aussi changer les conditions d'une manière analogue.

Par conséquent, dans la discussion de nos résultats, nous allons les examiner d'après les variantes les plus importantes de la mesure et du calcul et, signaler les résultats

partiels obtenus dans des conditions particulières. En définitive, nous allons nous borner à la précision des coordonnées de points signalisés, vu le grand intérêt que les services du cadastre y apportent. Il est évident que les images à grande échelle fourniront des résultats plus exacts que les images à petite échelle. Pour cette raison et en vue d'une meilleure comparaison, nous indiquerons souvent les valeurs de précision en » μ dans le cliché«. Nous pouvons éliminer l'influence de l'angle de champ des chambres de prise de vues en transformant, grâce au rapport de base ϑ , l'erreur altimétrique m_h en une erreur de parallaxe horizontale m_{px} . Pour déterminer l'influence des appareils de restitution, il est quelquefois préférable d'indiquer la précision en » μ dans le modèle«, vu qu'en réalité ce sont les coordonnées du modèle que nous avons observées. C'est surtout le rapport ν entre l'échelle du modèle et celle de l'image qui, jusqu'à présent, n'a pas été beaucoup pris en considération. Dans les paragraphes suivants, nous indiquons les erreurs moyennes des restitutions individuelles d'abord en » μ dans le cliché« et également en »cm sur le terrain« et en » μ dans le modèle« dans les résumés. De cette façon, nous espérons dispenser le lecteur de calculs supplémentaires.

Pour des raisons de calcul, nous choisissons comme unités le 0,1 μ et le 0,1 cm. Cela permet d'utiliser les erreurs moyennes obtenues pour des calculs et analyses ultérieurs sans risquer de trop altérer les résultats par des erreurs d'arrondi.

5.1. Précision de mesure M

Dans le tableau 10, nous avons résumé les erreurs moyennes de mesure obtenues dans les restitutions à l'aide d'appareils analogiques — conformément au chiffre 1 du programme de calcul — séparément par vol et par modèle. Les erreurs moyennes des moyennes de deux séries ont été calculées à partir des différences des deux mesures selon l'équation (1) — le cas échéant d'après l'équation (2). A une seule exception (restitution 8), tous les centres ont employé les résultats des trois mesures indépendantes d'un modèle. Le nombre des doubles-mesures correspond à peu près au triple du nombre des points de comparaison (cf. tableau 6).

Les erreurs moyennes ne sont pas d'emblée comparables les unes aux autres, puisque la précision de lecture, les méthodes de mesure et de calcul peuvent varier. Dans tous les cas, les coordonnées terrestres x et y ont été enregistrées en 0,01 mm, la plus petite unité de lecture. Pour les altitudes, cette unité était différente (cf. colonne 19 du tableau 10), à savoir:

- 0,01 mm pour les lectures de »mm dans le modèle«.
- 0,1 m pour les lectures en »m sur le terrain«. Il y a aussi des cas où l'unité de lecture fut même le 0,01 m ou le 0,02 m.

Les méthodes de mesure peuvent varier de la façon suivante:

- Chaque point a été visé deux fois coup sur coup et les coordonnées ont été enregistrées par un seul couple. Ou bien encore, chaque point a été mesuré en deux passages, à différentes époques, comme c'est prévu dans les directives. Dans ce dernier cas, l'ordre des points dans les passages est différent.
- Dans les deux passages, l'approche des points s'effectuait dans le même sens ou en sens contraire.
- Les deux passages ont été mesurés par différents opérateurs (cf. les restitutions 4 et 11, tableau 10).

Dans le cas où, dans les deux passages, l'approche des points avec le repère s'effectue en sens contraire, il fallut éliminer, selon le programme de calcul, les parties d'erreurs systématiques des différences d , c'est-à-dire que, selon l'équation (2), il fallut réduire les $[dd]$. Parfois on a employé l'équation (2) bien qu'il ne fût par certain que les conditions nécessaires aient été présentes. Dans les colonnes 14 à 16 du tableau 10, nous avons indiqué par un »X« — séparément pour les coordonnées x , y et z — les cas où les $[dd]$ ont été réduits.

Pour les transformations ultérieures des erreurs moyennes de » μ dans le cliché« et » μ dans le modèle«, nous avons chaque fois indiqués, dans la colonne 17, le rapport d'agrandissement v entre l'échelle du modèle et celle de l'image. Quand les rapports v variaient pour les deux modèles, nous avons transformé séparément chaque modèle d'un vol.

D'une manière similaire, nous avons résumé dans le tableau 11 les erreurs moyennes obtenues pour les mesures aux comparateurs. Le Centre pilote (restitution 12) avait mesuré les points en un seul passage et nous ne pouvions donc pas calculer l'erreur de mesure. La précision de lecture obtenue par le PSK de la maison Zeiss, fut le »1 μ «; celle obtenue par le Stéréocomparateur 1818 de Jéna, fut le »2 μ «. Dans ce dernier instrument, on a visé et lu les coordonnées x et y deux fois de suite. En même temps, on a pointé les coordonnées correspondantes dans la deuxième image à l'aide des vis de parallaxes et on a lu les valeurs p_x et p_y . En utilisant ces différences, nous avons alors calculé les erreurs moyennes de parallaxe correspondantes m_{px} et m_{py} . Ces valeurs ne doivent pas être confondues avec les valeurs tirées plus tard des erreurs moyennes altimétriques m_z .

Nous avons encore transformé les résultats du tableau 10 en » μ dans le modèle« et en »cm sur le terrain« et les avons ensuite rassemblés. Le tableau 12 contient les valeurs moyennes de toutes les mesures d'un vol, N étant le nombre des restitutions. Au lieu des erreurs moyennes m_x et m_y , nous avons indiqué les erreurs moyennes de coordonnées m_h et les rapports $m_y : m_x$. De plus nous avons également calculé l'erreur moyenne altimétrique m_z en »‰ de l'altitude de vol«. A l'aide du rapport de base b , nous l'avons convertie en une erreur moyenne de parallaxe horizontale m_{px} . Cela veut dire que ces erreurs m_{px} se sont produites autrement que les erreurs portant la même désignation dans le tableau 11. Dans le résumé, nous avons reporté les résultats de la restitution 11 séparément, vu le fait que deux observateurs différents avaient été utilisés à la fois dans les mesures. C'est probablement pour cette raison que les différences sont plus grandes (cf. cependant restitution 4).

5.2. Précision d'adaptation E

Dans le tableau 13, nous avons reproduit — conformément au chiffre 2 du programme de calcul — les erreurs moyennes, obtenues à partir des écarts entre les coordonnées terrestres des cinq points de contrôle et les coordonnées photogrammétriques après la compensation des restitutions analogiques séparément par vol et par modèle. Les valeurs numériques sont les moyennes arithmétiques des erreurs moyennes d'adaptation résultant chaque fois des trois mesures d'un modèle. Elles ont été transformées à l'aide du dénominateur d'échelle en » μ dans le cliché«. Ci-après nous indiquerons encore que ces trois mesures d'un modèle ne diffèrent que très peu (cf. par. 7.4). Dans tous les cas on a utilisé cinq points de contrôle pour l'adaptation de telle façon que les valeurs moyennes individuelles ont été obtenues chaque fois à partir de 3×5 corrections. C'est seulement pour la restitution 8 que les coordonnées planimétriques et les altitudes ont été compensées ensemble.

Les points de contrôle étaient uniformément prescrits pour chaque modèle. Le point de contrôle 314 du vol 1.5 fut omis une fois dans la restitution 8. Plus tard, il fut remplacé par le point 308. Ce point devint point de contrôle pour le vol 1.1 et, pour cette raison, le centre en connaissait les coordonnées.

On a renoncé à incliner les modèles dans la correction numérique d'adaptation altimétrique pour les restitutions 7 et 18. Les altitudes mesurées furent seulement soumises à une translation. En outre, les erreurs moyennes altimétriques, citées dans le tableau 13, ne sont comparables que sous certaines réserves pour des raisons indiquées dans le paragraphe 5.1 (précision de lecture différente). De la même manière nous avons repris, dans le tableau 14, les erreurs moyennes des points de contrôle pour les restitutions aux stéréocomparateurs. On y a utilisé le point de contrôle 469 au lieu du point 536 dans le modèle 1 de la restitution 12.

Dans une transformation conforme linéaire de x et y ou de x , y et z , il est théoriquement inadmissible de séparer les erreurs d'après les deux ou trois directions des coordonnées, mais, en utilisant les différences des erreurs des coordonnées, nous pouvons conclure non seulement à des erreurs systématiques sur les points de contrôle, mais encore vérifier l'attribution correcte du poids. En outre, nous pouvons mieux comparer les erreurs d'adaptation avec les erreurs absolues (cf. par. 5.3). Les grandes erreurs dans le modèle 1.62 sont frappantes; nous en discuterons encore plus loin (cf. par. 7.2).

Dans le tableau 15, nous avons rassemblé les valeurs moyennes de toutes les mises en place d'un vol, mais séparément pour les appareils analogiques et pour les stéréocomparateurs. Le tableau 15 comprend presque les mêmes données (erreurs moyennes et autres) que le tableau 12. Cette fois, nous avons considéré les résultats de la restitution 11 dans l'ensemble des moyennes, parce qu'il n'y a aucune raison pour les citer séparément.

5.3. Précision absolue A

Conformément au chiffre 3 du programme de calcul (cf. par. 4.1), nous avons calculé les erreurs moyennes absolues en utilisant les différences entre les coordonnées photogrammétriques transformées et les coordonnées terrestres des points de comparaison. Pour obtenir une concordance entre le nombre de mesures et les listes de points (par. 4.3), il faudrait tenir compte des points spéciaux. Cependant nous ne traitons pas les résultats de ces mesures. Vu le fait que chaque stéréogramme contient ses erreurs propres, conformément aux paragraphes précédents, nous indiquons les erreurs par stéréogramme. Le tableau 16 contient les erreurs moyennes des mesures exécutées aux appareils analogiques et le tableau 17 contient celles des mesures exécutées aux stéréocomparateurs. (Nous les avons calculées chaque fois comme moyennes pondérées des erreurs moyennes des points à l'intérieur, des points à l'extérieur et des points au bord, mais pas à l'aide des [vv], cf. tableaux 19 et 20.) Les valeurs numériques représentent chaque fois la moyenne arithmétique des erreurs moyennes résultant des trois mesures de chaque modèle (telles qu'elles existent). On a attribué le même poids à chaque restitution pour calculer les valeurs moyennes des vols.

Dans le tableau 18, nous avons reproduit — séparément pour les appareils analogiques et les stéréocomparateurs — les valeurs moyennes de toutes les erreurs moyennes d'un vol. Nous avons englobé les résultats obtenus par la restitution 11 dans la moyenne totale, parce qu'il n'y a aucune raison de les indiquer séparément. Comme le rapport v ,

de l'échelle modèle à l'échelle image, varie entre 1,6 : 1 et 4,0 : 1 dans les restitutions. Nous avons encore indiqué les erreurs moyennes en » μ dans le modèle« et en »cm sur le terrain. D'ailleurs, le tableau 18 contient presque les mêmes données (erreurs moyennes etc.) que les tableaux 12 et 15.

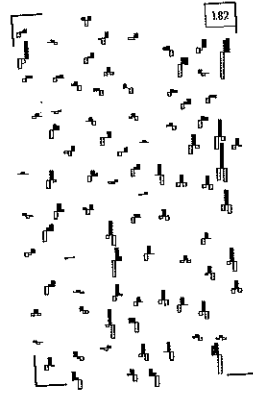
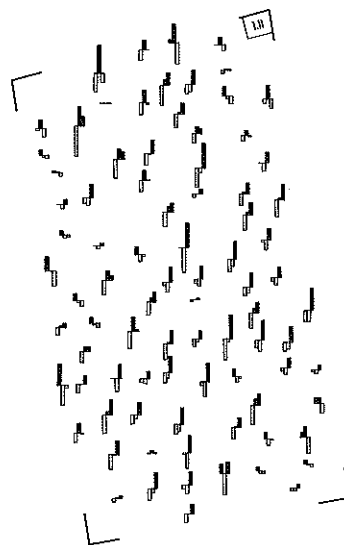
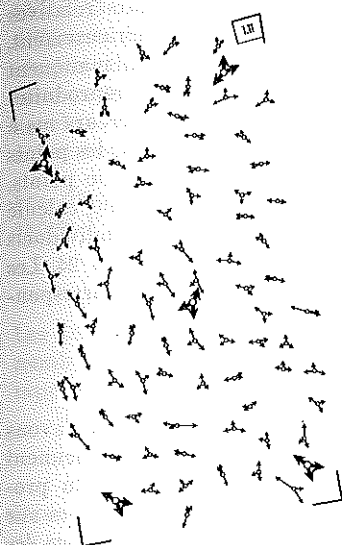
Le tableau 19 contient les résultats, obtenus à partir des mesures exécutées aux appareils analogiques, et le tableau 20 contient ceux provenant des mesures aux stéréocomparateurs (cf. aussi [4], tableaux 3 et 4), mais séparément pour les différents groupes de points (sans points spéciaux). Nous avons non seulement formé la moyenne des erreurs moyennes des trois mesures de chaque modèle, mais nous y avons joint les résultats des deux modèles d'un vol. n est le nombre de toutes les mesures de points et correspond environ au triple du nombre de tous les points de comparaison. Les erreurs moyennes ont été transformées à l'aide du dénominateur d'échelle en » μ dans le cliché. Dans le tableau 21, nous avons reproduit — séparément pour les appareils analogiques et les stéréocomparateurs — les valeurs moyennes de toutes les mesures d'un vol (cf. [4], tableau 5). Ce tableau contient des données similaires à celles figurant dans les tableaux 12, 15 et 18 (erreurs moyennes etc.). Nous avons pris en considération les résultats obtenus par la restitution 11 dans la moyenne totale.

5.4. Erreurs relatives résultant des écarts des moyennes des coordonnées obtenues par trois mesures indépendantes d'un modèle (dispersion des coordonnées par la mesure en place du modèle à plusieurs reprises) R

Dans le tableau 22, nous avons rassemblé — conformément au chiffre 4 du programme de calcul — les erreurs moyennes relatives des restitutions faites aux appareils analogiques d'après les équations (7) et (8) (cf. [4], tableau 3). La figure 5 montre quelques exemples de telles erreurs. Pour calculer les erreurs moyennes, nous avons employé les points qui ont été mesurés dans les trois restitutions d'un modèle. n est le nombre des trois séries de points. Ainsi qu'il en résulte des listes de points du paragraphe 4.3, nous avons utilisé deux mesures dans quelques cas seulement pour en former la moyenne. Si on avait utilisé le même matériel de prise de vues et le même appareil pour les mesures, et, si le même opérateur avait mesuré les modèles indépendamment, les erreurs moyennes relatives auraient constitué une unité pour la reproductibilité des mesures. Ces conditions n'existant pas toujours dans nos travaux, les résultats des différents centres ne sont pas d'emblée comparables entre eux. Il y a des centres où les trois mesures d'un modèle n'ont pas été exécutées par le même opérateur. Il en résulte des erreurs d'identification supplémentaires pareilles à celles figurant dans les deux séries de la restitution 11. Il y a aussi des centres qui ont restitué les modèles avec différents réglages de la base (base intérieure, base extérieure). Dans ce cas, des erreurs instrumentales additionnelles influencent les résultats des mesures. En comparaison de cela, nous pouvons négliger les erreurs causées du fait que certains points n'ont pas été mesurés trois fois, mais seulement deux fois.

Le tableau 23 contient les résultats obtenus par les mesures faites aux comparateurs (cf. [4], tableau 4). Ce n'est que pour la restitution 19 où on a restitué les modèles trois fois, que nous avons calculé les erreurs relatives. Dans le tableau 24, nous avons retracé les valeurs moyennes relatives de toutes les erreurs moyennes relatives d'un vol. Ce tableau contient les mêmes données que le tableau 18 (erreurs moyennes etc.) — (cf. [4], tableau 5).

Fig. 5 — Exemples des erreurs relatives résultant des écarts des moyennes des coordonnées obtenues par trois mesures indépendantes d'un modèle (dispersion des coordonnées par la mise en place du modèle à plusieurs reprises)



L'échelle de la position correspond à une triple réduction linéaire des prises de vues originales
Echelle des erreurs: 1 cm correspond à 60 μ dans la prise de vue originale

a) erreurs planimétriques

b) erreurs altimétriques

Le tableau 25 contient les erreurs moyennes des mesures faites aux appareils analogiques et le tableau 26, les erreurs moyennes des mesures faites aux stéréocomparateurs, séparément pour les différents groupes de points (sans points spéciaux). Nous y avons aussi reproduit les résultats des deux modèles d'un vol et, dans le tableau 27, nous avons compilé — séparément pour les appareils analogiques et pour les stéréocomparateurs — les valeurs moyennes de toutes les mesures d'un vol. Le tableau 27 contient les mêmes données (erreurs moyennes etc.) que le tableau 21.

Au chiffre 4 du programme de calcul, l'indication manque que les erreurs relatives doivent être séparées en fonction des groupes de points. C'est pourquoi ultérieurement nous avons, à l'aide de l'équation (15), extrait les valeurs numériques qui manquent des valeurs moyennes des erreurs absolues et des erreurs systématiques reproduites dans les tableaux 25 et 26 (cf. les par. 5.3 et 5.6). Nous avons calculé les erreurs m_3 à l'aide des points partiellement non utilisés pour calculer les erreurs m_3 . Pour les points au bord il en résulte donc quelques désaccords à cause du nombre limité de points exceptionnellement m_3 pouvait être inférieur à m_3 . Vu que, de plus, nous avons calculé à l'aide de valeurs moyennes, les moyennes pondérées des groupes de points individuels ne sont pas toujours conformes aux valeurs figurant dans les tableaux 22 à 24. Les valeurs du tableau 27 proviennent des tableaux 25 et 26 et non des tableaux correspondants des paragraphes 5.3 et 5.6.

5.5. Précision des distances D

Dans le champ d'essai de Reichenbach, pour la comparaison des distances, nous n'avons mesuré aucune distance directement. Toutes les distances de comparaison proviennent des coordonnées déterminées par voie terrestre. Conformément au chiffre 5 du programme de calcul, nous avons reproduit, dans le tableau 28, les erreurs moyennes sur les distances résultant de l'équation (12) pour les restitutions analogiques. Pour les restitutions 13, 14, 15 et 16 — contrairement au programme de calcul — nous avons calculé les distances pour les trois mesures des deux modèles d'un vol. Si nous voulions en tirer une unité pour la comparaison des mesures, il serait nécessaire qu'existent les conditions mentionnées au paragraphe 5.4. Le tableau 29 contient les résultats des mesures aux stéréocomparateurs. Dans le tableau 30, nous avons rassemblé les valeurs moyennes de toutes les erreurs moyennes des distances d'un vol. Pour les restitutions 13 à 16, nous avons formé auparavant la moyenne des trois valeurs individuelles. En même temps, nous avons indiqué les erreurs des distances en « μ dans le modèle» et en «cm sur le terrain».

5.6. Erreurs systématiques résultant des moyennes des coordonnées obtenues par trois mesures indépendantes d'un modèle S

Selon le chiffre 8 du programme de calcul (cf. par. 4.1), nous avons calculé la moyenne quadratique des erreurs systématiques (cf. équation (13)). La figure 6 donne quelques exemples de telles erreurs. Nous avons dessiné les courbes de la même erreur altimétrique (cf. fig. 6c) obtenues à partir des erreurs altimétriques de la figure 6b. Quelques écarts majeurs qui y apparaissent, proviennent souvent du fait que, pendant la mesure, on n'a pas tenu compte de la différence d'altitude entre le terrain et la surface du signal, telle qu'elle a été indiquée dans le répertoire des fiches signalétiques. Nous avons transformé les valeurs numériques à l'aide du dénominateur d'échelle en « μ dans le cliché» et les avons rassemblées dans les tableaux 31 et 32, n étant le nombre de points des trois séries. Quelquefois ce nombre est un peu inférieur à celui figurant dans le paragraphe 5.4 (cf. par. 4.3). Les valeurs numériques sont la

moyenne pondérée résultant des erreurs moyennes relatives aux points à l'intérieur, à l'extérieur et au bord du couple (cf. tableaux 34 et 35). Tant que les conditions mentionnées au paragraphe 5.4 n'existent pas, il n'est pas possible de comparer directement les résultats obtenus par les différents centres. Le tableau 33 montre les valeurs moyennes de toutes les erreurs moyennes d'un vol, ainsi que les autres données conformes au tableau 18.

Le tableau 34 contient les résultats des mesures aux appareils analogiques et le tableau 35 ceux des observations aux stéréocomparateurs, mais séparément pour les différents groupes de points (sans points spéciaux). Nous y avons aussi fait figurer les résultats des deux modèles d'un vol et, dans le tableau 36, nous avons reproduit, séparément pour les appareils analogiques et pour les stéréocomparateurs, les valeurs moyennes de toutes les mesures d'un vol. Le tableau 36 contient les mêmes données (erreurs moyennes etc.) que le tableau 21.

Les résultats des paragraphes 5.3, 5.4 et 5.6 sont en rapport direct les uns avec les autres. Pour chaque point, on peut écrire:

$$[v_q^2]_3 = [v_q^2]_4 + 3 \Delta q_8^2. \quad (14)$$

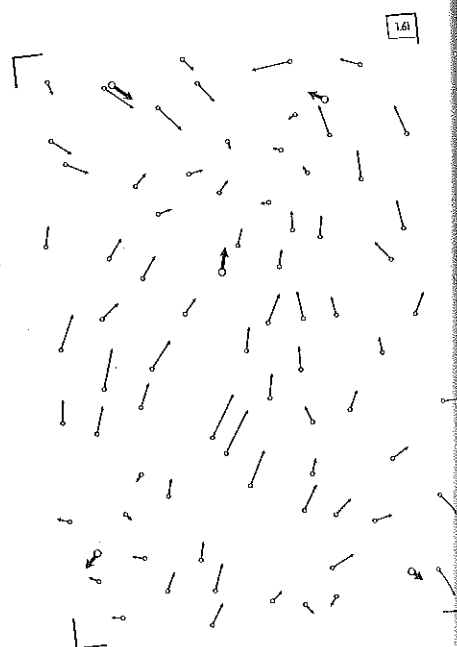
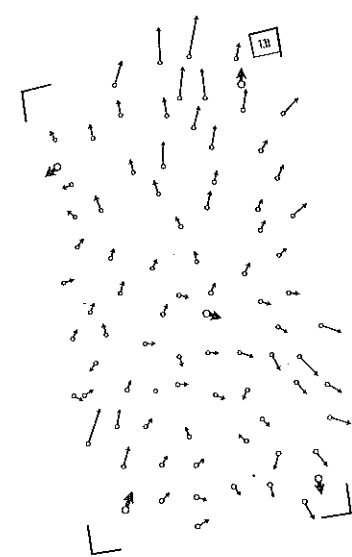
Les indices représentent les chiffres du programme de calcul. A condition que les nombres de points n , considérés dans les trois paragraphes, soient les mêmes, les rapports valent aussi pour les sommes de tous les points. Il en résulte l'équation:

$$m_3^2 = \frac{2}{3} m_4^2 + m_8^2. \quad (15)$$

Dans certains cas, les conditions ci-dessus ne sont pas réalisées, parce que les nombres de points ne sont pas conformes et parce que les erreurs moyennes des tableaux 16 et 31 n'ont pas été tirées des sommes quadratiques de points. Ces insuffisances ne sont, cependant, pas essentielles. A l'aide de l'équation (15), les valeurs numériques manquantes ont été calculées pour les différents groupes de points figurant au paragraphe 5.4 (cf. tableaux 25 et 26).

6. Calculs additionnels

Selon les »Directives pour la restitution« chaque modèle devait être orienté et mesuré trois fois indépendamment (cf. par. 3.2). En utilisant les coordonnées transformées de ces trois restitutions, chaque centre a déterminé l'erreur moyenne relative à l'aide de la moyenne des coordonnées conformément au chiffre 4 et la moyenne quadratique des erreurs systématiques d'après le chiffre 8 du programme de calcul. De plus, on devait représenter graphiquement les écarts entre les moyennes des coordonnées et les coordonnées terrestres correspondantes (cf. fig. 6). Si N centres avaient mesuré les deux modèles d'un vol, il existerait N valeurs moyennes pour les coordonnées de chaque point. Nous avons considéré ces valeurs comme des résultats de mesures indépendants et, en les utilisant, nous avons déterminé de nouvelles valeurs de la précision relative $\overline{m}_4$ par les équations (7) et (8), et de la moyenne quadratique des erreurs systématiques $\overline{m}_8$ par l'équation (13) (cf. fig. 7). Dès le début, nous avons éliminé tous les points qui n'étaient pas mesurés ou représentés graphiquement par tous les centres. Pour limiter les pertes, nous avons renoncé entièrement, dans ces études, aux mesures de la restitution 11. Les calculs ultérieurs ont été exécutés de façon semi-graphique.



L'échelle de la position correspond à une triple réduction linéaire des prises de vues originales
 Echelles des erreurs: 1 cm correspond à 60μ dans la prise de vue originale

a) erreurs planimétriques

S

101

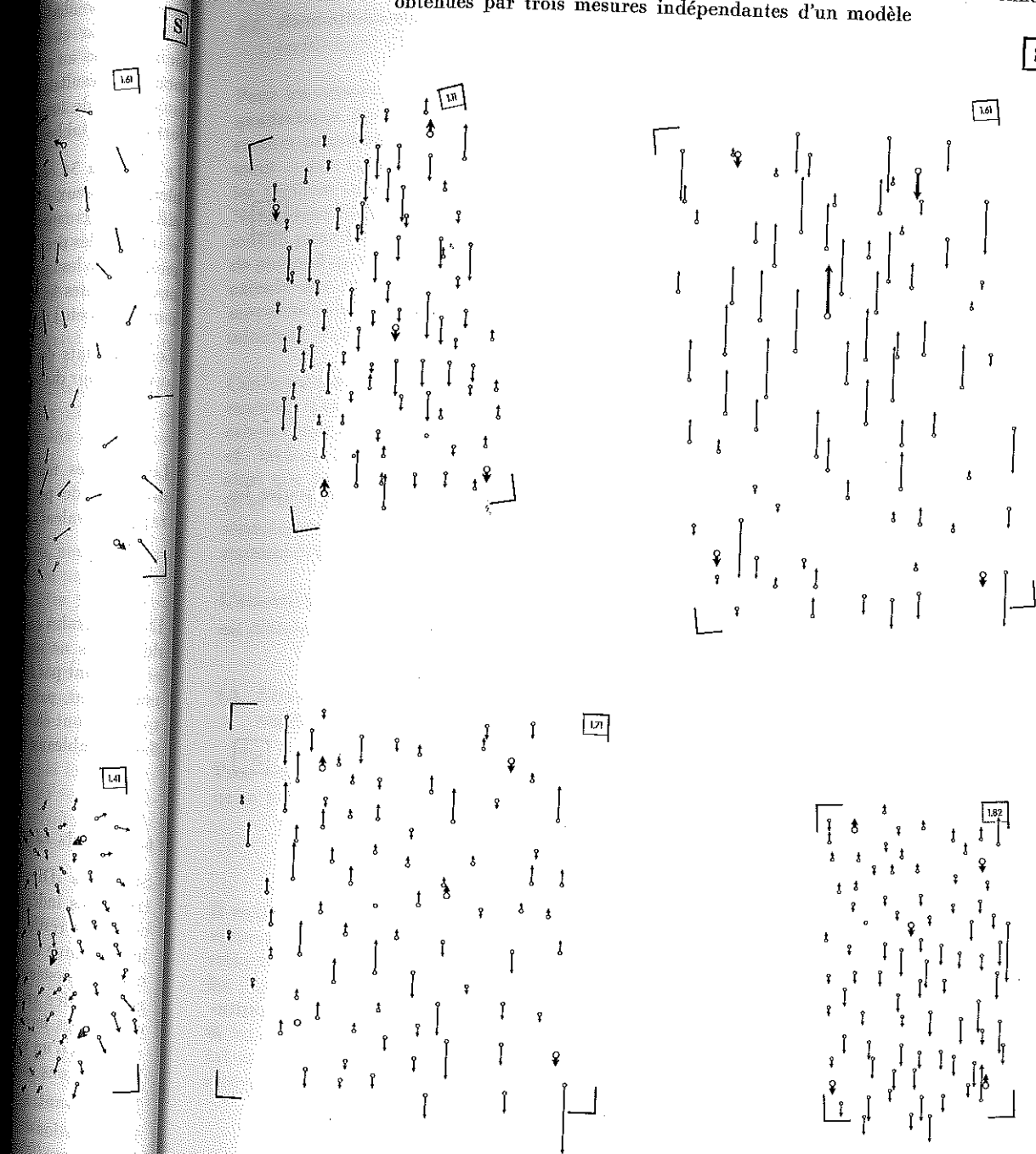


101



Signales

FIG. 6 — Exemples des erreurs systématiques résultant des moyennes des coordonnées obtenues par trois mesures indépendantes d'un modèle



L'échelle de la position correspond à une triple réduction linéaire des prises de vues originales
 Echelles des erreurs: 1 cm correspond à 60μ dans la prise de vue originale

b) erreurs altimétriques

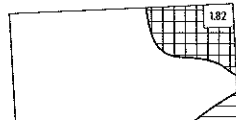
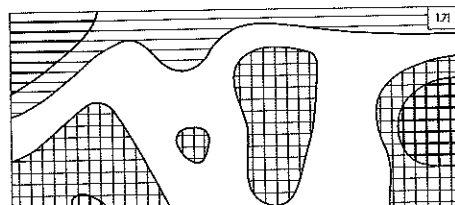
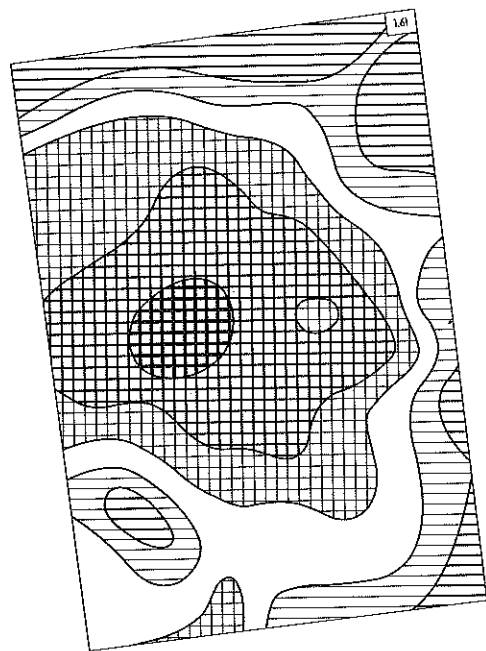
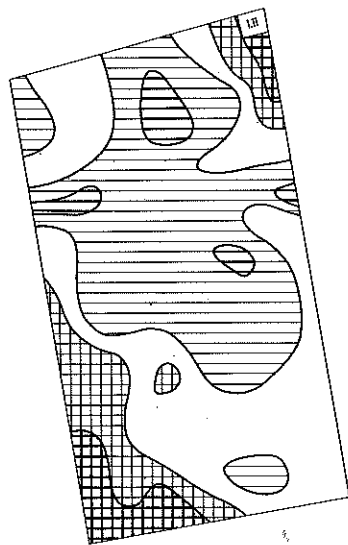
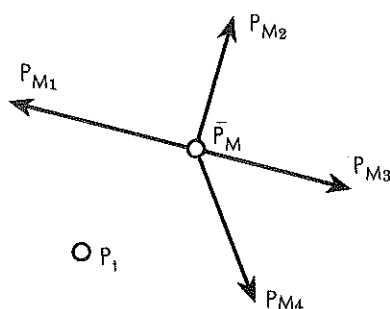
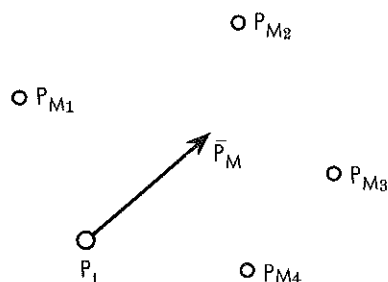


FIG. 7 — Explications des erreurs moyennes provenant des calculs additionnels



- a) Erreurs relatives résultant des écarts des moyennes des coordonnées de toutes les restitutions d'un vol
 $\bar{v}_q$ = différences des coordonnées entre P_M et P_{MN}



- b) Erreurs systématiques résultant des moyennes des coordonnées de toutes les restitutions d'un vol
 $\bar{\Delta}q$ = différences des coordonnées entre $\bar{P}_i$ et $\bar{P}_M$

Notations:

P_t = point déterminé par voie terrestre.

$P_{M1}, P_{M2}, \dots, P_{MN}$ = centres de gravité selon figure 4 et résultant de restitutions différentes d'un vol

$\bar{P}_M$ = centre de gravité de $P_{M1}, P_{M2}, \dots, P_{MN}$

6.1. Erreurs systématiques résultant des moyennes des coordonnées de toutes les restitutions d'un vol S⁺

Pour les raisons exposées au paragraphe 6.2, nous avons d'abord calculé la moyenne quadratique des erreurs systématiques. À l'aide des représentations graphiques des erreurs prescrites au chiffre 8 du programme de calcul, nous avons formé graphiquement — par modèle et en séparant la planimétrie et l'altimétrie — la moyenne de tous les vecteurs en chaque point, pour la reporter ensuite sur un calque (cf. fig. 7b et 8). Nous avons alors extrait de ce calque, pour chaque point, les écarts x , y et z du vecteur moyen pour les rassembler ensuite dans des listes séparément pour les quatre groupes de points d'après le chiffre 3 du programme de calcul. En utilisant ces écarts, nous avons calculé une erreur moyenne par l'équation (13). Nous avons également traduit cette moyenne quadratique des erreurs systématiques en « μ dans le cliché» à l'aide du dénominateur d'échelle.

Conformément au paragraphe 5.6, nous indiquons dans le tableau 37 les erreurs par modèle. (Les valeurs numériques représentent la moyenne pondérée provenant des erreurs moyennes des points situés à l'intérieur, à l'extérieur et au bord du couple, cf. tableau 39.) Le tableau 38 contient les valeurs moyennes pour chaque modèle, ainsi que les données ultérieures (erreurs moyennes etc.) conformément aux tableaux 18 et 33. Le tableau 39 contient les résultats pour chaque vol (cf. tableau 36) classés séparément pour les différents groupes de points (sans points spéciaux). Nous avons représenté les valeurs des deux modèles.

L'attention doit être attirée sur le fait que, d'après paragraphe 5.6, l'erreur moyenne m_8 est divisée en deux parties par ce calcul. Il faut donc que $\bar{m}_8$ soit inférieur à m_8 .

6.2. Erreurs relatives résultant des écarts des moyennes des coordonnées de toutes les restitutions d'un vol R⁺

Pour calculer les erreurs moyennes relatives $\bar{m}_4$, nous nous reportons à l'équation (7) qui a la forme générale:

$$\bar{m}_{q_4} = \sqrt{\frac{[v_q^2]}{(N-1)n}}. \quad (16)$$

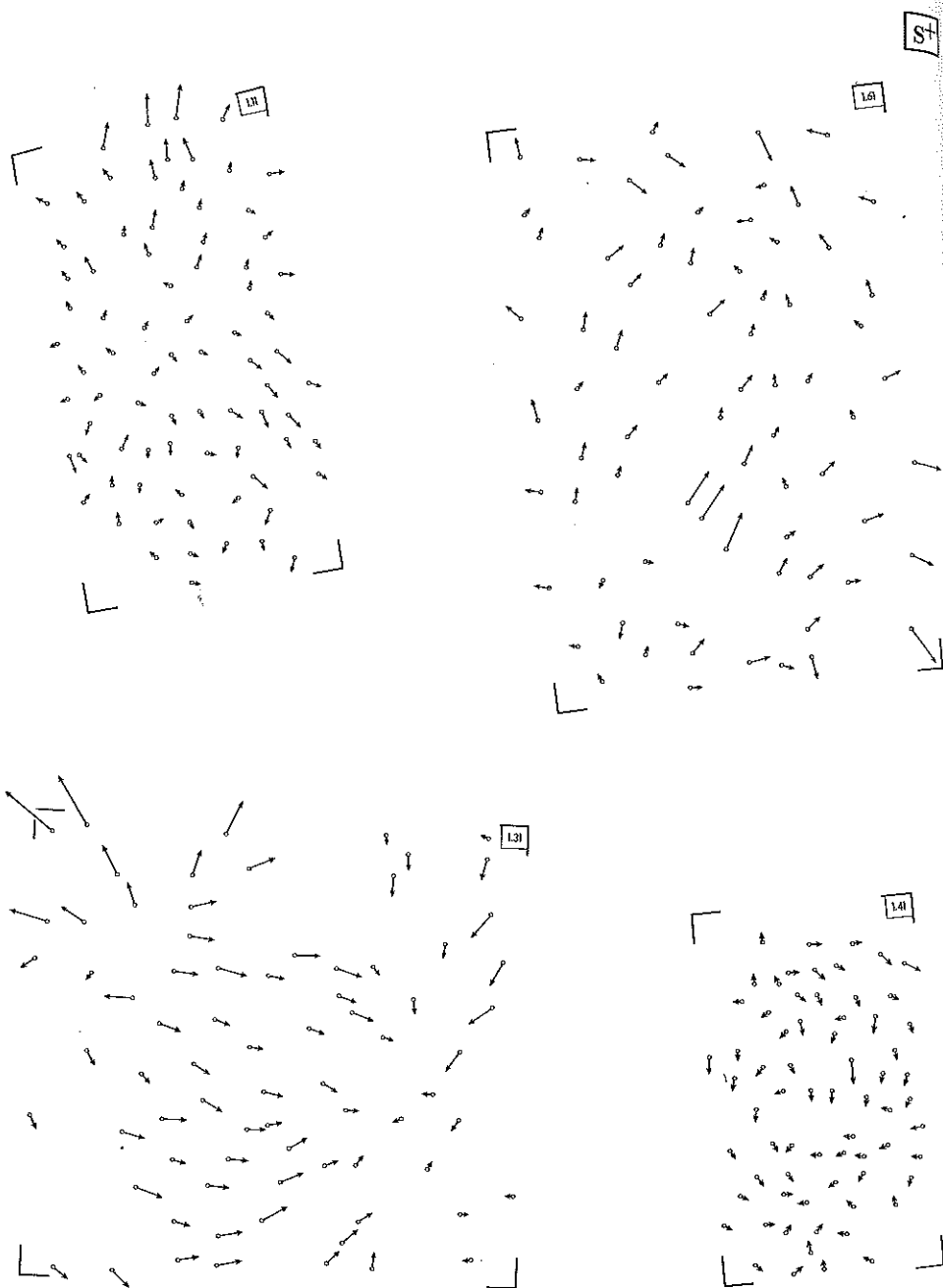
Il serait possible d'extraire des représentations graphiques les écarts v_a des différents vecteurs du vecteur moyen correspondant pour en déterminer les erreurs moyennes relatives selon l'équation (16) (cf. fig. 7a et 9). Nous avons évité ce travail en calculant les $[v_q^2]$ d'une manière différente.

Si les erreurs systématiques, se présentant en un point — conformément à la représentation graphique prévue au chiffre 8 du programme de calcul — dans les différents centres, sont $a_1, a_2, \dots, a_N$ et si leur moyenne est a_M , on obtient pour chaque point:

$$[v^2]_1^N = [a^2]_1^N - N a_M^2. \quad (17)$$

Il en découle pour tous les points:

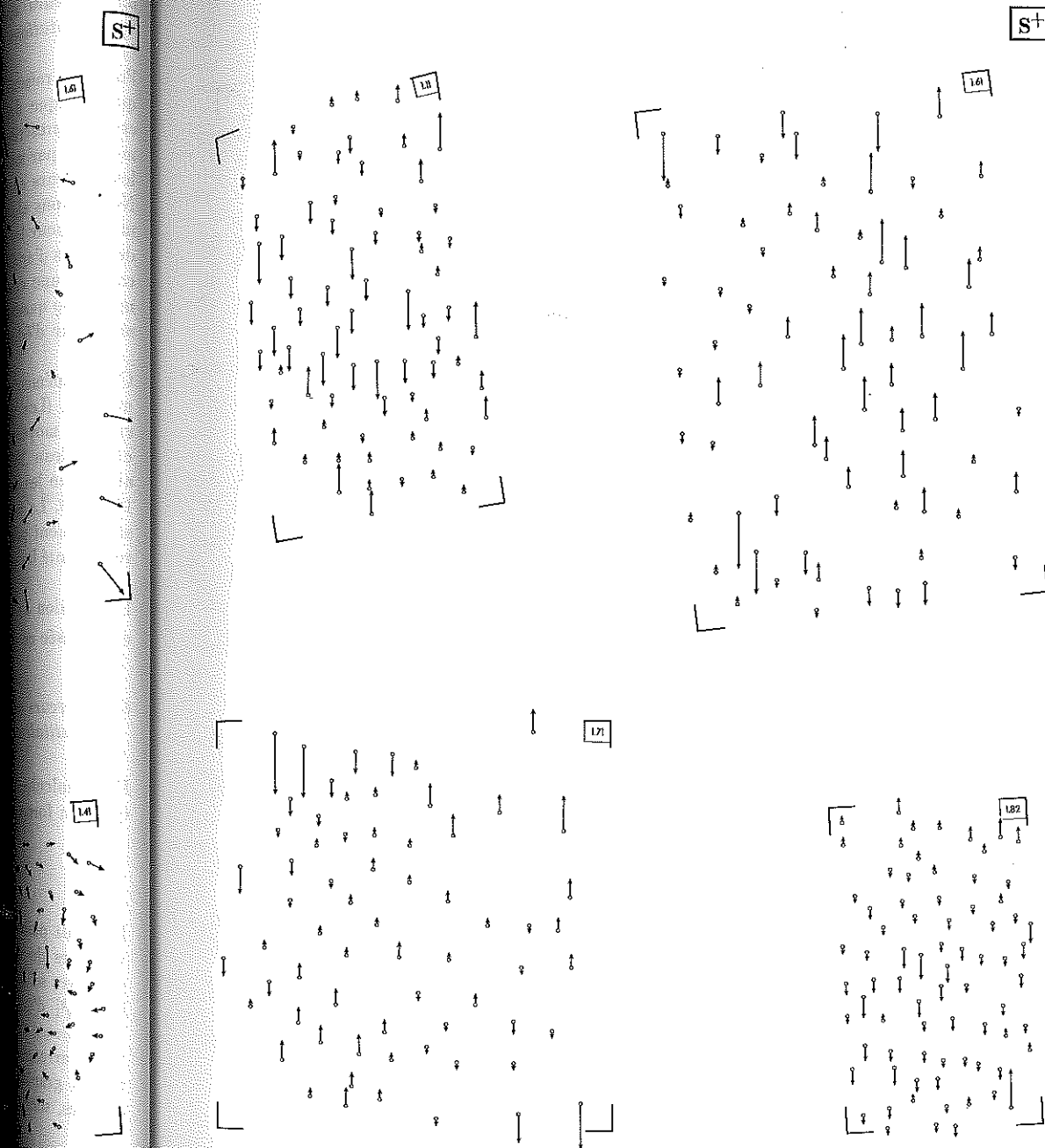
$$[v_q^2] = [a^2]_1^{nN} - N [a_M^2]_1^n. \quad (18)$$



L'échelle de la position correspond à une triple réduction linéaire des prises de vues originales
 Echelle des erreurs: 1 cm correspond à 60 μ dans la prise de vue originale

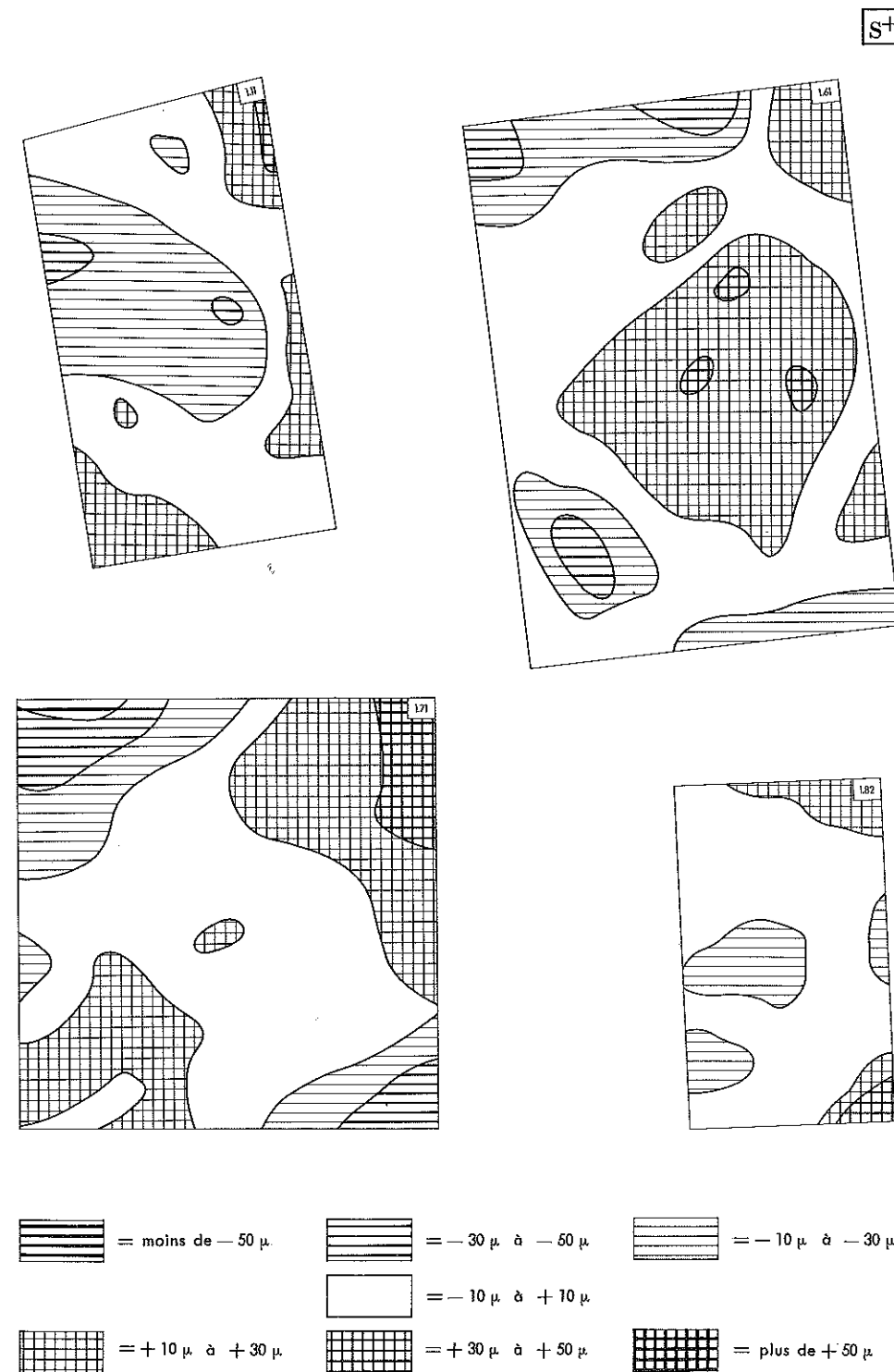
a) erreurs planimétriques

FIG. 8 — Exemples des erreurs systématiques résultant des moyennes des coordonnées de toutes les restitutions d'un vol



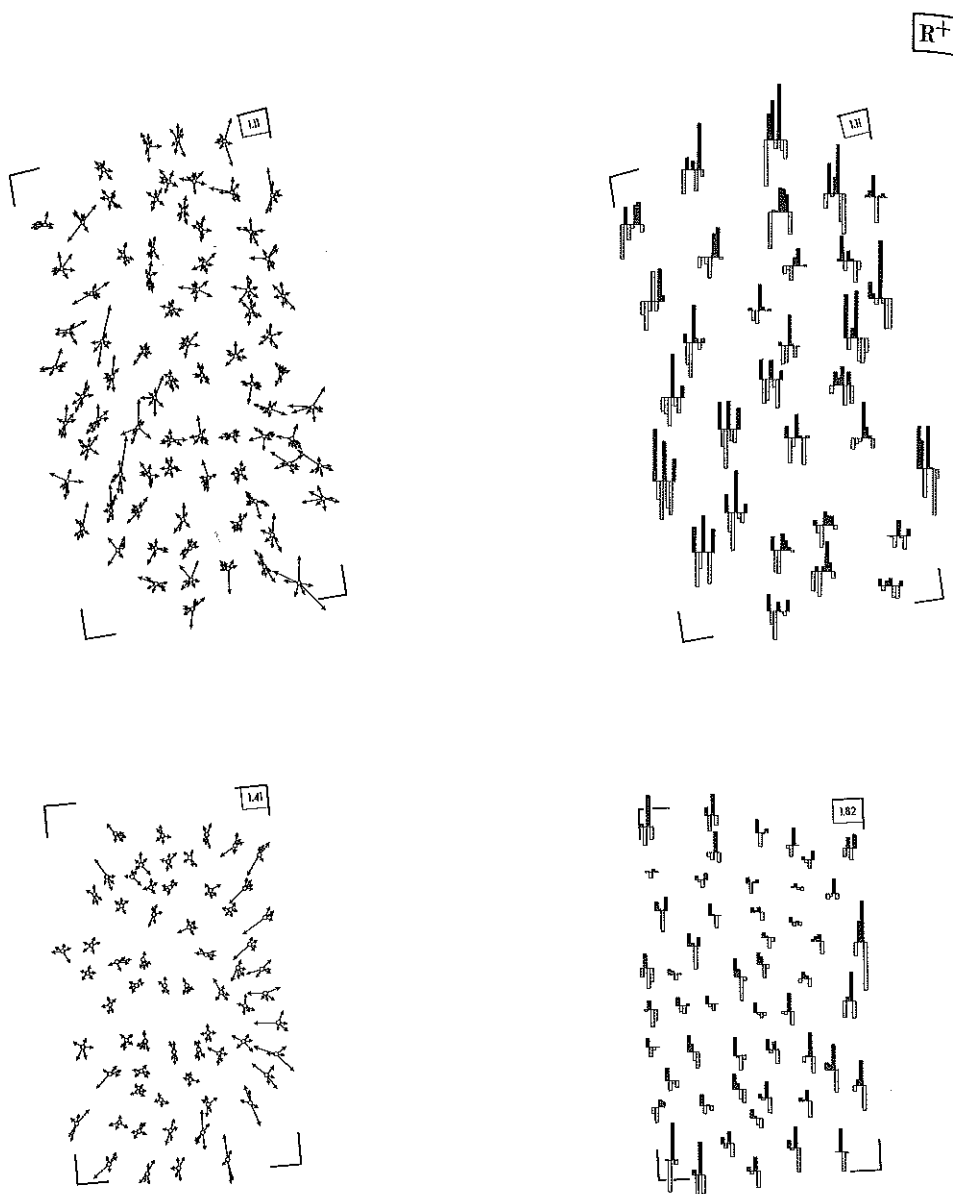
L'échelle de la position correspond à une triple réduction linéaire des prises de vues originales.
Echelle des erreurs: 1 cm correspond à 60 μ dans la prise de vue originale

b) erreurs altimétriques



c) courbes de mêmes erreurs altimétriques

FIG. 9 — Exemples des erreurs relatives résultant des écarts des moyennes des coordonnées de toutes les restitutions d'un vol



L'échelle de la position correspond à une triple réduction linéaire des prises de vues originales

Echelle des erreurs: 1 cm correspond à 60 μ dans la prise de vue originale

A cause d'une meilleure vue générale, on a supprimé quelques points de comparaison dans la figure 9b

a) erreurs planimétriques

b) erreurs altimétriques

En utilisant $[a_1^2]$, $[a_2^2]$..., nous avons calculé, au paragraphe 5.6, l'erreur systématique moyenne d'une restitution et, utilisant cette valeur, nous avons calculé la moyenne générale pour toutes les restitutions. Celle-ci est la moyenne algébrique des erreurs individuelles. Ces moyennes générales sont aussi représentées par m_8 . L'indice se réfère aux chiffres du programme de calcul. De la même manière nous avons calculé, dans le paragraphe 6.1, l'erreur moyenne $\overline{m}_8$ en partant de $[a_M^2]$. Ainsi l'équation (18) devient:

$$[v_g^2] = nN (m_8^2 - \overline{m}_8^2). \quad (19)$$

A l'aide de l'équation (16), nous obtenons

$$\overline{m}_4^2 = \frac{N}{N-1} (m_8^2 - \overline{m}_8^2). \quad (20)$$

Dans sa structure, cette équation correspond à la relation (15).

Le tableau 40 contient, pour chaque modèle, les erreurs moyennes en « μ dans le cliché». Le tableau 41 contient les valeurs moyennes pour chaque vol, ainsi que les données additionnelles (erreurs moyennes etc.) correspondant au tableau 24. Pour les mesures à l'aide du comparateur, on ne dispose pas d'un nombre suffisant de restitutions. Le tableau 42 contient les erreurs correspondantes, représentées séparément par groupes de points. Nous avons calculé les erreurs m_8 à l'aide des points qui n'étaient partiellement pas utilisables pour calculer les erreurs $\overline{m}_8$, parce qu'ils n'étaient pas mesurés par tous les centres. Du fait du petit nombre de points, quelques désaccords se produisent pour les points sur les bords, c'est-à-dire qu'exceptionnellement il est arrivé que m_8 était inférieur à $\overline{m}_8$.

La valeur $\overline{m}_4$ a une toute autre signification que m_4 . Elle comprend, p. ex. non seulement les erreurs de réglage, mais aussi celles de copie (reproduction) provenant du procédé de préparation des diapositives. Pour cette raison, l'équation (15) n'est pas applicable pour les valeurs $\overline{m}_4$ et $\overline{m}_8$. En effet, si nous éliminons la valeur m_8 des équations (15) et (20), nous obtiendrons en général:

$$m_3^2 = \frac{i-1}{i} m_4^2 + \frac{N-1}{N} \overline{m}_4^2 + \overline{m}_8^2. \quad (21)$$

Dans notre cas, le nombre de mesures répétées pour chaque modèle est de $i = 3$. Pour les appareils analogiques on a, en moyenne, $N = 5$ (cf. tableau 3).

7. Analyse des erreurs moyennes (valeurs estimées)

Les tableaux mentionnés aux paragraphes 5 et 6 contiennent déjà la réponse à la première question fondamentale du programme d'essai pour les mesures faites aux appareils analogiques, à savoir des données sur la précision qu'on peut obtenir sur les points aux différentes échelles et dans différentes conditions de prise de vues (cf. par. 2.1). On peut facilement trouver les valeurs correspondantes pour les mesures faites aux stéréocomparateurs. Dans la comparaison des erreurs moyennes, il faut tenir compte de ce que ni le nombre des restitutions N d'un vol, ni le rapport v_m entre l'échelle modèle et l'échelle image n'ont pas toujours la même valeur. En outre, il faut prendre en

considération le fait que différentes copies des prises de vues originales ont été utilisées pour les mesures, que celles-ci ont été exécutées par différents observateurs et à l'aide d'appareils différents.

Si nous voulons obtenir l'erreur moyenne de distance recherchée m_s à partir de l'erreur moyenne de coordonnées m_k (question 2), nous aurons, pour les erreurs accidentelles, l'équation (cf. p. ex. [9]):

$$m_s = m_k \sqrt{2}. \quad (22)$$

Pour les problèmes supplémentaires, il a fallu combiner d'une manière différente les valeurs des tableaux dans les paragraphes 5 et 6. Au début, nous avons déjà mentionné que la solution de ces problèmes supplémentaires nécessitait la préparation combinée de deux bandes de vol différentes. Si nous comparons les valeurs moyennes des résultats de toutes les restitutions, on peut objecter à cette manière de procéder qu'elle est partiellement en contradiction avec les principes établis au commencement (cf. par. 5). Pour prévenir une telle objection, nous n'avons reproduit que les restitutions qui fournissent les combinaisons nécessaires (cf. tableau 3). Pour le problème 3, nous n'avons employé, p. ex. parmi les observations du vol 1.1, que celles issues des restitutions 4, 8 et 10, parce que les mesures correspondantes du vol 1.5 sont également disponibles. Pour le problème 4a, ce sont seulement les mesures de la restitution 9 qu'on peut utiliser (vols 1.2 et 1.4), et pour le problème 4b, il n'existe pas de mesures comparables. Ces combinaisons ont l'avantage que, chaque fois, on a employé les mêmes appareils et probablement les mêmes opérateurs, mais les rapports d'agrandissement v_m diffèrent parfois les uns des autres. D'autre part, il faut nous accommoder de ce que nous disposons alors d'un nombre plus petit de valeurs de comparaison. Pour cette raison nous n'avons pas tranché la question de savoir laquelle des méthodes de calcul serait préférable. Dans quelques cas, nous n'avons pas eu d'autre choix que celui de prendre en considération toutes les mesures disponibles.

Pour déterminer l'influence de l'échelle image sur la précision (problème 3), nous avons réuni les résultats des vols 1.1 à 1.4 et de 1.5 à 1.8. Nous avons traité simultanément les problèmes 4a, 5, 6 et 7 et, pour cela, nous avons chaque fois rassemblé les résultats de la même chambre de prise de vues. Les résultats du problème 4b ont été pris directement dans les tableaux existants.

Puisque nous ne savions pas d'avance, quelle unité de mesure serait la plus favorable dans chaque cas, dans les combinaisons suivantes figurent, pour les appareils analogiques, les erreurs moyennes répondant aux différents problèmes supplémentaires, non seulement en » μ dans le cliché», mais aussi en » μ dans le modèle» et — pour autant que nous n'ayons pas formé la moyenne des mesures exécutées avec de prises de vues à différentes échelles — en »cm sur le terrain». Des erreurs systématiques altimétriques relativement grandes se présentaient dans les prises de vues 1.2 et 1.6. Malgré cela nous avons trouvé dans ces mesures plusieurs unités d'erreurs très importantes pour les erreurs de mesure, les erreurs relatives, et les erreurs de distance. Nous ne voulons pas renoncer à étudier ces erreurs. Par contre, nous n'avons pas cru devoir examiner les erreurs altimétriques dans les cas où nous avons estimé qu'une comparaison était sans signification. Dans la restitution 11, on a obtenu des erreurs de mesure d'une importance considérable. Pour cette raison, nous les avons traitées séparément.

Nous avons repris les mesures faites aux stéréocomparateurs. Il n'y a pas d'erreurs moyennes en » μ dans le modèle». Dans le Stéréocomparateur 1818, on n'a mesuré que les prises de vues obtenues par la chambre à plaques RC 7a 10/14. Nous soulignons une

fois encore que les modèles n'ont été mesurés qu'une seule fois aux stéréocomparateurs de précision et pour certains en un seul passage. Nous avons d'abord calculé toutes les erreurs moyennes au $0,1 \mu$ et au $0,1 \text{ cm}$, pour les arrondir ultérieurement au « μ » et au « cm » le plus voisin — excepté pour les résultats obtenus selon le chiffre 1 du programme de calcul. Dans tous les cas, nous avons formé une valeur moyenne pour chaque vol et, dans le groupement ultérieur, nous avons considéré ces valeurs moyennes comme ayant le même poids.

(22) Le modèle 1.62 de la restitution 12 a été entaché d'erreurs relativement grandes, c'est pourquoi nous avons traité ces erreurs à part. Pour le vol 1.6, nous avons transformé les coordonnées photographiques obtenues par les deux restitutions 6 et 12 les unes par rapport aux autres. Nous avons trouvé pour les quatre parties des images, une différence moyenne de coordonnées s'élevant à $m_d = 7 \mu$ et, par conséquent, une erreur moyenne de mesure d'une coordonnée se montant à $m_h = 5 \mu$. Ces données n'expliquent pas les grandes erreurs de mise en place et les erreurs absolues du modèle 1.62. Pour le moment, nous ne tenons pas compte de ces mesures dans notre analyse. Nous examinerons les causes de ces différences à l'aide des mesures supplémentaires. Un rapport ultérieur sur ce sujet sera rédigé séparément.

En ce qui concerne le problème supplémentaire 4b, il y a lieu de noter que, pour obtenir des images couvrant un terrain de même étendue, il faut que le rapport des échelles image soit non pas comme le rapport des distances principales des chambres, mais bien comme le rapport des côtés de l'image, c'est-à-dire de $1,65 : 1$. Vu que le rapport des agrandissements v_m est $1 : 1,65$, nous exprimons les erreurs en « μ dans le modèle» pour obtenir des valeurs comparables. Dans les différents paragraphes, nous traitons les problèmes supplémentaires dans l'ordre, d'abord l'erreur planimétrique m_h (de coordonnées) et ensuite l'erreur altimétrique m_g .

Il est difficile de répondre à la question relative à la signification des différences en précision, parce que le nombre des paramètres indépendants n'est pas clairement défini. Malgré la quantité d'observations, nous pouvons supposer dans des calculs généraux que des différences inférieures à 15% ou 20% ne sont pas significatives. Mais il est possible que de telles différences aient déjà une importance dans la pratique. Pour cette raison, nous avons arrondi les nombres exprimant ce rapport à 5%, c'est-à-dire que ces rapports ont été ramenés aux 0,05 les plus voisins (cf. par. 8.1).

7.1. Précision de mesure M

Conformément aux premières questions principales, nous avons rassemblé dans le tableau 12 les erreurs moyennes de mesure pour les appareils analogiques. Les erreurs affectant les mesures aux stéréocomparateurs se trouvent dans le tableau 11. Ces valeurs constituent la précision maximale accessible dans les recherches ultérieures. En ce qui concerne les appareils analogiques pour tous les vols, les erreurs moyennes de mesure, exprimées en « μ dans le modèle», ne diffèrent que très peu, tout au moins dans le cas où les deux passages ont été mesurés par le même opérateur. Afin de résoudre les problèmes supplémentaires, nous avons à nouveau classé les résultats d'après les différentes variables, et cela séparément pour les mesures qui fournissaient des couples de coordonnées ainsi que pour toutes les mesures aux appareils analogiques (tableau 43). Le tableau 44 montre les résultats des mesures aux stéréocomparateurs. Dans le tableau 12, les rapports d'agrandissement v_m de même que les erreurs moyennes

m_k , m_z et m_{px} sont des valeurs moyennes, de sorte que les transformations de » μ dans le cliché« en » μ dans le modèle« ne s'accordent qu'approximativement. Cela s'applique également au tableau 43. Il y a lieu de remarquer que:

- Pour les appareils analogiques, l'erreur moyenne de mesure s'élève en moyenne à $m_k = 7,7 \mu$ dans le modèle ou à $3,3 \mu$ dans le cliché. Pour les stéréocomparateurs de précision, on a $m_k = 1,4 \mu$ dans le cliché et pour le Stéréocomparateur 1818, on a $m_k = 2,2 \mu$. Pour les mesures faites aux comparateurs, on ne dispose que des résultats d'un seul centre.
- A l'échelle image de 1 : 8 000, l'erreur de mesure m_k en » μ dans le cliché« est à peine inférieure à celle obtenue à l'échelle image du 1 : 12 000.
- L'influence de la chambre de prise de vues sur la précision de mesure est minimale. L'erreur moyenne m_k en » μ dans le modèle« est un peu plus petite pour les prises de vues à angle normal que pour les autres prises de vues. Si l'on considère les erreurs moyennes en » μ dans le cliché«, on constate que les rapports se déplacent en faveur de la chambre à plaques.
- Les prises de vues sur film 23 cm $\times$ 23 cm au 1 : 8 000 et les prises de vues à plaques de 14 cm $\times$ 14 cm au 1 : 12 000 donnent lieu aux mêmes erreurs moyennes de mesure m_k en » μ dans le modèle« pour les appareils analogiques. De même, les erreurs moyennes en » μ dans le cliché«, entachant les mesures faites aux stéréocomparateurs, sont à peu près égales.
- Le rapport des erreurs moyennes m_k , provenant des observations aux appareils analogiques, aux stéréocomparateurs de précision et au Stéréocomparateur 1818, s'élève — pour $v_m = 2,5$ — à 1,00 : 0,45 : 0,65.
- Ce sont les mesures de la restitution 11 qui frappent le plus. Chacun des deux passages a été exécuté par un observateur différent. Les erreurs m_k en » μ dans le modèle« atteignent le double de celles obtenues par les autres centres. Mais cette constatation ne peut être généralisée car deux observateurs ont également participé à la restitution 4.
- Pour les appareils analogiques, l'erreur moyenne de mesure des altitudes est de l'ordre de $m_z = 15,6 \mu$ dans le modèle ou de $6,6 \mu$ dans le cliché, soit environ 0,04‰ h_g . Les erreurs moyennes correspondantes de parallaxe horizontale sont de $m_{px} = 8,2 \mu$ dans le modèle et de $3,5 \mu$ dans le cliché.
- Les erreurs altimétriques m_z et les erreurs de parallaxe horizontale m_{px} en » μ dans le modèle« s'égarent à peu près pour les deux échelles image. Des différences mineures sont compensées par le rapport d'agrandissement v_m et par le rapport de base θ .
- Les erreurs altimétriques m_z , indiquées en » μ dans le modèle«, sont à peu près égales pour les quatre chambres de prise de vues, mais cette constatation ne s'applique pas aux erreurs de parallaxe horizontale m_{px} . Il est vraisemblable que la précision de lecture joue un certain rôle pour les altitudes. Nous avons déjà fait remarquer cette différence dans le paragraphe 5.1 (cf. tableau 10). Si nous résumons les mesures pour lesquelles les lectures ont été exécutées en »cm sur le terrain«, on remarque que l'erreur moyenne de mesure s'élève à $m_k = 7,6 \mu$ dans le cliché et correspond à l'erreur de lecture. Par contre, si nous résumons les mesures pour lesquelles les lectures ont été exécutées en » μ dans le modèle«, l'erreur moyenne de mesure ne s'élève qu'à $m_k = 5,9 \mu$ dans le cliché, c'est-à-dire à peu près deux fois

la grandeur de l'erreur de lecture. Dans le premier cas, la lecture plus imprécise cause déjà une erreur supplémentaire de 5μ dans le cliché. A cause des grandes valeurs de v_m , les erreurs m_z , indiquées en μ dans le cliché, sont les plus petites pour les prises de vues à plaques. Par contre, l'erreur moyenne de parallaxe horizontale m_{px} indiquée en μ dans le modèle, est la plus petite pour les prises de vues à angle normal. Mais, à cause du rapport de la base ϑ défavorable, l'erreur altimétrique correspondante m_z devient égale à celle obtenue pour les autres chambres de prise de vues.

- L'erreur moyenne de mesure m_z , indiquée en μ dans le modèle et trouvée pour les prises de vues au 1 : 12 000 réalisées à l'aide de la chambre à plaques RC 7a 10/14, dépasse à peine celle obtenue avec les prises de vues au 1 : 8 000 provenant de la chambre à film RMK 15/23.

7.2. Précision d'adaptation E

Conformément à la première question principale, nous avons fait figurer, dans le tableau 15, les erreurs moyennes d'adaptation, tant pour les appareils analogiques que pour les stéréocomparateurs. Pour résoudre les problèmes supplémentaires, nous avons reclassé les résultats selon les différentes variables, et cela séparément pour les mesures fournissant des couples de coordonnées et pour toutes les mesures faites aux appareils analogiques (tableau 45), et aux stéréocomparateurs (tableau 46). Les erreurs d'adaptation, affectant la restitution 11, ne surpassent pas celles obtenues par les autres centres de restitution. C'est pourquoi nous avons également pris en considération les résultats de la restitution 11 dans le calcul de la moyenne totale. Par contre, nous avons négligé les résultats obtenus pour le modèle 1.62 de la restitution 12 dans le classement des restitutions faites aux comparateurs. En résumé, nous trouvons:

- Pour les appareils analogiques, l'erreur moyenne d'adaptation s'élève en moyenne en planimétrie à $m_k = 50\mu$ dans le modèle ou à $m_k = 13\mu$ dans le cliché. En ce qui concerne les stéréocomparateurs, nous obtenons $m_k = 9\mu$ dans le cliché.
- Au 1 : 12 000, l'erreur d'adaptation m_k exprimée en μ dans le modèle, est à peine inférieure à celle trouvée dans les prises au 1 : 8 000.
- L'influence de la chambre de prise de vues sur la précision d'adaptation est petite. Les erreurs moyennes d'adaptation m_k , indiquées en μ dans le modèle et classées dans l'ordre des chambres de prise de vues (cf. tableau 1), sont dans le rapport de 1,00 : 0,80 : 1,10 : 0,85 en résumant des valeurs figurant dans les tableaux 45 et 46 (parties 1 et 2). Par suite des valeurs différentes de v_m , les rapports se modifient en faveur des prises de vues à plaques. Si nous transformons les erreurs moyennes d'adaptation planimétrique en μ dans le cliché, le dernier terme de la proportion devient 0,65.
- Vu que, pour les appareils analogiques, les erreurs moyennes m_k , exprimées en μ dans le modèle, résultant des prises de vues au 1 : 12 000 avec la chambre à plaques RC 7a 10/14, sont quelque peu supérieures à celles obtenues avec des prises de vues sur film avec la RMK 15/23 au 1 : 8 000, il s'ensuit que les erreurs m_k en μ sur le terrain, pour la première chambre, sont également plus grandes. Cette différence est sans importance pour les stéréocomparateurs.
- En résumant les résultats obtenus avec les appareils analogiques, nous constatons que, dans les restitutions analogiques et pour $v_m = 2,5$, les erreurs moyennes, indiquées en μ dans le cliché, sont dans le rapport de 1,00 : 0,75 vis-à-vis de celles trouvées

pour les stéréocomparateurs. Il en découle que les erreurs d'adaptation sont plus petites pour les restitutions aux stéréocomparateurs que pour celles effectuées aux appareils analogiques.

- Pour les appareils analogiques, l'erreur moyenne d'adaptation altimétrique s'élève en moyenne à $m_z = 50 \mu$ dans le modèle ou à $m_z = 22 \mu$ dans le cliché, soit environ à $0,13\% h_g$. Les erreurs moyennes correspondantes de parallaxe horizontale sont de $m_{px} = 26 \mu$ dans le modèle, et de 12μ dans le cliché. Ces valeurs valent également pour les restitutions aux stéréocomparateurs.
- Les erreurs d'adaptation altimétrique m_z et les erreurs de parallaxe horizontale m_{px} , mesurées en μ dans le modèle pour les appareils analogiques et les prises au 1 : 12 000, sont inférieures d'environ 15% aux erreurs constatées au 1 : 8 000. A cause de v_m , cette différence augmente encore quelque peu, si nous traduisons les erreurs en μ dans le cliché. Pour les stéréocomparateurs, la différence atteint 40%. Cette valeur est cependant relativement incertaine et n'a pas été confirmée dans la suite par les erreurs absolues.
- Les erreurs moyennes d'adaptation altimétrique varient considérablement pour les quatre chambres de prise de vues, quelles que soient les valeurs m_z , m_{px} ou $\% h_g$ considérées ou la forme d'expression des erreurs en μ dans le modèle ou en μ dans le cliché adoptée. En se référant à l'ordre des chambres, les erreurs altimétriques m_z , indiquées en μ dans le cliché, sont dans le rapport 1,00 : 1,35 : 1,15 : 0,45. Ces valeurs ne sont pas non plus complètement confirmées par l'examen des erreurs absolues. Dès lors, nous nous limiterons à cette proportion.
- A cause des erreurs altimétriques relativement grandes résultant de la RMK 15/23, nous renonçons à faire une comparaison selon le problème 4b.
- Si nous résumons de nouveau les résultats obtenus, nous constatons que — pour les restitutions analogiques et pour $v_m = 2,5$ — les erreurs moyennes m_z indiquées en μ dans le cliché, sont identiques à celles trouvées pour les stéréocomparateurs.

7.3. Précision absolue A

Selon la première question principale, nous avons fait figurer dans le tableau 18 les erreurs moyennes absolues de tous les points d'un modèle obtenues aux appareils analogiques ainsi qu'aux stéréocomparateurs. Afin de résoudre les problèmes supplémentaires, nous avons regroupé les résultats, comme nous l'avons fait au paragraphe 7.1, d'après les différentes variables, pour les mesures fournissant des couples de coordonnées et pour toutes les observations faites aux appareils analogiques (tableau 47) et pour celles faites aux stéréocomparateurs (tableau 48). Pour la restitution 11 ainsi que pour le modèle 1.62 de la restitution 12, nous appliquons ce qui a été énoncé au paragraphe 7.2. En fait on constate que:

- Pour les appareils analogiques, l'erreur moyenne absolue s'élève en moyenne à $m_k = 27 \mu$ dans le modèle ou à $m_k = 12 \mu$ dans le cliché. En ce qui concerne les stéréocomparateurs, nous avons $m_k = 8 \mu$ dans le cliché.
- L'erreur moyenne absolue m_k , indiquée en μ dans le modèle, est de la même importance pour les deux échelles image.
- L'influence de la chambre de prise de vues sur l'erreur moyenne absolue m_k est un peu supérieure à celle constatée sur les erreurs d'adaptation. Les erreurs absolues

m_k , exprimées en μ dans le modèle — prises dans l'ordre des chambres de prise de vues (cf. tableau 1) — sont dans le rapport 1,00 : 1,25 : 1,30 : 1,00. Si nous calculons en μ dans le cliché, le rapport changera en faveur des prises de vues à plaques et le dernier terme de la proportion deviendra 0,75.

- Vu que, pour les appareils analogiques, les erreurs moyennes absolues m_k , indiquées en μ dans le modèle pour des prises de vues, faites au 1 : 12 000 avec la chambre à plaques RC 7a 10/14, dépassent quelque peu celles résultant des prises de vues sur film avec la RMK 15/23 au 1 : 8 000, il s'ensuit que les erreurs m_k exprimées en μ sur le terrain pour la chambre citée en premier lieu, sont également plus grandes. Ce rapport est inverse pour les stéréocomparateurs de sorte que les deux méthodes de prise de vues donnent lieu aux mêmes erreurs absolues m_k pour la moyenne de toutes les mesures.
- Les erreurs moyennes m_k , indiquées en μ dans le cliché, des mesures faites aux appareils analogiques ($v_m = 2,5$) et aux stéréocomparateurs, sont dans le rapport 1,00 : 0,70.
- Pour les appareils analogiques, l'erreur moyenne altimétrique s'élève en moyenne à $m_z = 56 \mu$ dans le modèle ou à $m_z = 24 \mu$ dans le cliché, soit à environ 0,15‰ h_g . Les erreurs moyennes correspondantes de parallaxe horizontale sont $m_{px} = 30 \mu$ dans le modèle ou 13μ dans le cliché. Les erreurs des restitutions aux stéréocomparateurs sont environ 15% plus petites.
- Dans les appareils analogiques, les erreurs moyennes absolues m_z et les erreurs moyennes de parallaxe horizontale m_{px} , mesurées en μ dans le modèle, sont presque de la même grandeur pour les prises au 1 : 8 000 et celles au 1 : 12 000. Ces différences augmenteront quelque peu, si nous exprimons les erreurs en μ dans le cliché. Pour les stéréocomparateurs, la même remarque s'applique.
- Les erreurs moyennes m_z varient pour les quatre chambres de prise de vues, quelle que soit l'unité de mesure adoptée dans le calcul. C'est seulement la valeur pour la RMK 15/23 qui est frappante en ce qui concerne les erreurs m_z indiquées en μ dans le modèle. Les autres valeurs sont presque de la même grandeur. Les erreurs altimétriques m_z , calculées en μ dans le cliché, sont dans le rapport 1,00 : 1,25 : 0,95 : 0,60 et les erreurs correspondantes de parallaxe horizontale m_{px} sont dans le rapport 1,00 : 2,15 : 1,25 : 0,95.
- En ce qui concerne le problème 4b, même remarque qu'au paragraphe 7.2.
- Les erreurs moyennes m_z , indiquées en μ dans le cliché, des mesures faites aux appareils analogiques ($v_m = 2,5$) et aux stéréocomparateurs, sont dans le rapport 1,00 : 0,85.

Le tableau 21 reproduit les erreurs moyennes absolues, classées séparément pour les points intérieurs, les points extérieurs et les points situés au bord. De ces données nous avons tiré, pour chaque vol, la perte de précision qui se produit vers le bord. Mais, afin d'examiner l'influence des autres variables, à savoir celle de l'échelle image et celle des chambres de prise de vues, nous avons rassemblé les erreurs moyennes figurant dans le tableau 21 en fonction des problèmes supplémentaires. L'observation stéréoscopique des modèles est différente dans les différents appareils utilisés. Ce fait, susceptible d'influencer la précision des mesures, pourrait être mis en évidence spécialement par la perte de la précision vers le bord. Pour cette raison, nous avons indiqué séparément les erreurs moyennes des mesures faites au Stéréoplanigraphe C8 et celles des mesures à l'Autographe A7. Vu que les prises de vues des vols 1.6 et 1.7 n'ont pas été mesurées

à l'A7, nous n'avons plus tenu compte des mesures correspondantes exécutées au C8. Le tableau 49 contient les valeurs moyennes pour toutes les restitutions faites aux appareils analogiques et pour celles exécutées aux stéréocomparateurs. Afin de rendre les valeurs hétérogènes comparables, nous avons rapporté toutes les erreurs moyennes à celle des points intérieurs et nous avons calculé les rapports de $v' = m$ (extérieur) : m (intérieur) et $v'' = m$ (bord) : m (intérieur). Pour m_z et m_{px} , les rapports sont naturellement les mêmes. Les valeurs v' et v'' sont plus ou moins différentes, mais malgré cela nous avons finalement rassemblé les deux groupes de points. Il apparaît que:

- En moyenne, nous avons 34% de points extérieurs et 8% de points situés au bord. Pour la RMK 21/18 et la RMK 15/23, environ 37% de tous les points se trouvent à l'extérieur de la polygonale des points de contrôle; pour la chambre convergente $2 \times$ RMK 21/18 et la chambre à plaques RC 7a 10/14, il y en a même 47%.
- En moyenne, les coordonnées planimétriques des points au bord et des points extérieurs sont de la même précision, on a: $v_k = 1,35$.
- Pour les coordonnées planimétriques, la perte de précision vers le bord v_k est la même à l'échelle image de 1 : 12 000 qu'à celle du 1 : 8 000, au moins pour les appareils analogiques.
- Les chambres de prise de vues n'influencent pas la perte de précision v_k .
- v_k est quelque peu plus grand pour les stéréocomparateurs que pour les appareils analogiques. Cela peut provenir du fait qu'avec les prises de vues convergentes, l'erreur moyenne m_k pour les points intérieurs est relativement petite et, pour cette raison, les valeurs v' , v'' et v sont relativement grandes.
- La perte de précision vers le bord v_k est quelque peu plus grande à l'A7 qu'au C8.
- Les altitudes des points au bord sont, en moyenne, 15% plus imprécises que celles des autres points extérieurs. Pour l'ensemble des deux groupes de points, nous avons calculé $v_z = 1,20$.
- En ce qui concerne les altitudes, la perte de précision vers le bord v_z à l'échelle image de 1 : 12 000 est pratiquement égale à celle à l'échelle du 1 : 8 000.
- L'influence de la chambre de prise de vues sur la perte de précision v_z est également petite. Les valeurs v_z sont dans le rapport 1,00 : 0,80 : 1,20 : 1,10. La petite valeur pour la RMK 15/23 est frappante, c'est-à-dire que les altitudes des points extérieurs et des points au bord ont la même précision que les altitudes des points intérieurs. Cela peut provenir du fait que, pour la RMK 15/23, les erreurs moyennes m_z pour les points intérieurs sont relativement grandes et, pour cette raison, les valeurs v' et v'' sont relativement petites. C'est pour cela que v_z est inférieur à v_k .
- v_z est de la même grandeur pour les stéréocomparateurs que pour les appareils analogiques.
- La perte de précision vers le bord v_z est à peine plus grande à l'A7 qu'au C8.
- Les coordonnées des points à l'extérieur de la polygonale des points de contrôle sont donc, en moyenne, 25% moins précises que celles des points situés à l'intérieur de cette polygonale. Puisque la perte de précision est indépendante de l'échelle image, de la chambre de prise de vues et de l'appareil de restitution, elle est probablement imputable au procédé même, c'est-à-dire aux orientations relatives et absolues ou à la transformation des coordonnées et à l'extrapolation y associée.

2.4. Erreurs relatives résultant des écarts des moyennes des coordonnées R et R⁺

Dans le tableau 24, nous avons réuni, conformément à la première question principale, les erreurs moyennes relatives des restitutions aux appareils analogiques et au Stéréocomparateur 1818. Afin de résoudre les problèmes supplémentaires, nous avons reclassé les résultats d'après les différentes variables (échelle image, chambre de prise de vues etc.), et cela séparément pour les mesures fournissant des couples de coordonnées et pour toutes les restitutions aux appareils analogiques (tableau 50). Nous n'avons pas repris les valeurs pour les stéréocomparateurs. À ce sujet, nous nous référons au tableau 24. Les mesures de la restitution 11 ont été prises en considération pour former la moyenne totale figurant au tableau 50. Il en résulte:

- Pour les appareils analogiques, l'erreur moyenne relative s'élève en moyenne à $m_k = 14 \mu$ dans le modèle ou à $m_k = 6 \mu$ dans le cliché. Pour le Stéréocomparateur 1818 (prises de vues sur plaques seulement), nous avons $m_k = 5 \mu$ dans le cliché.
- L'erreur relative m_k , exprimée en μ dans le modèle, à l'échelle image de 1 : 12 000 est à peine plus grande que celle au 1 : 8 000.
- Les erreurs relatives moyennes m_k , établies en μ dans le modèle, sont presque de la même grandeur pour les quatre chambres de prise de vues. Les erreurs m_k en μ dans le modèle sont, suivant l'ordre des chambres de prise de vues (cf. tableau 1), dans le rapport 1,00 : 1,05 : 1,00 : 0,95. Si nous calculons m_k en μ dans le cliché, le rapport se modifie en faveur de la chambre à plaques. Comme les v_m s'égalent à peu près pour les trois chambres citées les premières, ce n'est que le dernier terme de la proportion qui se transforme en 0,60.
- L'erreur moyenne relative m_k , obtenue en μ dans le modèle, pour les prises de vues au 1 : 12 000 avec la chambre à plaques RC 7a 10/14, et l'erreur m_k , pour les prises de vues au 1 : 8 000 avec la chambre à film RMK 15/23, sont de la même grandeur. C'est pourquoi les erreurs moyennes relatives en μ sur le terrain sont également de la même importance.
- Il n'existe pas d'erreur moyenne relative pour les stéréocomparateurs de précision. Si, pour cette raison, nous ne comparons que les résultats de la chambre à plaques, les erreurs moyennes relatives m_k , en μ dans le cliché, des restitutions aux appareils analogiques et au Stéréocomparateur 1818 seront dans le rapport 1,00 : 1,20.
- Pour les appareils analogiques, l'erreur relative altimétrique atteint en moyenne $m_z = 28 \mu$ dans le modèle ou $m_z = 12 \mu$ dans le cliché, soit environ 0,075‰ h_g . Les erreurs moyennes correspondantes de parallaxe horizontale s'élèvent à $m_{pz} = 15 \mu$ dans le modèle ou à $m_{pz} = 6 \mu$ dans le cliché. Les erreurs des restitutions à l'aide des comparateurs sont de la moitié de ces valeurs.
- L'erreur moyenne relative m_z et l'erreur moyenne de parallaxe horizontale m_{pz} , déterminées en μ dans le modèle, à l'échelle image de 1 : 12 000 dépassent de 10% celles au 1 : 8 000.
- Les erreurs moyennes relatives altimétriques m_z sont différentes pour les quatre chambres de prise de vues. Toutefois ces différences ne dépassent pas 10%, si nous calculons en ‰ h_g . Nous avons encore formé une moyenne pondérée des données figurant dans le tableau 50. Les erreurs m_z , calculées en μ dans le cliché, sont dans le rapport 1,00 : 0,80 : 0,90 : 0,45 et les erreurs correspondantes de parallaxe horizontale m_{pz} sont dans le rapport 1,00 : 1,35 : 1,20 : 0,70.

- Dans les appareils analogiques, l'erreur moyenne relative m_z , déterminée en » μ dans le modèle«, pour des prises de vues au 1 : 12 000 avec la chambre à plaques RC 7a 10/14, est à peine plus grande que l'erreur m_z résultant des prises de vues au 1 : 8 000 avec la chambre à film 15/23. De ce fait, les erreurs moyennes relatives en »cm sur le terrain« sont aussi de la même grandeur.
- Si nous comparons les résultats des prises de vues à plaques, on remarque que les erreurs moyennes relatives m_z , mesurées en » μ dans le cliché«, des restitutions exécutées aux appareils analogiques et celles provenant du Stéréocomparateur 1818, sont dans le rapport 1,00 : 0,85.

Pour les mesures aux appareils analogiques, nous avons calculé les erreurs relatives $\overline{m}_4$ (cf. tableau 41) des moyennes des coordonnées de toutes les restitutions d'un vol à l'aide de l'équation (20). Pour les stéréocomparateurs, on ne dispose pas de résultat, parce que les modèles n'ont été mesurés que trois fois dans la restitution 19. C'est la raison pour laquelle l'échelle image et les chambres de prise de vues sont les seules variables. Le tableau 51 contient les valeurs moyennes individuelles. Les mesures de la restitution 11 n'y sont pas comprises. La signification différente de m_4 et $\overline{m}_4$ a déjà été mentionnée (cf. par. 6.2). On trouve que:

- Pour les appareils analogiques, l'erreur moyenne relative s'élève en moyenne à $\overline{m}_k = 20 \mu$ dans le modèle ou à 8μ dans le cliché.
- L'erreur moyenne relative $\overline{m}_k$ est indépendante de l'échelle image.
- Les erreurs moyennes $\overline{m}_k$, exprimées en » μ dans le modèle«, sont presque de la même grandeur pour les quatre chambres de prise de vues. Les erreurs sont, en fonction de l'ordre des chambres de prise de vues (cf. tableau 1), dans le rapport 1,00 : 1,05 : 1,30 : 1,20. Si nous calculons $\overline{m}_k$ en » μ dans le cliché«, ce n'est que le dernier terme de la proportion qui devient 0,75.
- En moyenne, l'erreur moyenne relative altimétrique s'élève à $\overline{m}_z = 45 \mu$ dans le modèle ou à 18μ dans le cliché, soit environ 0,12‰ h_g . Les erreurs moyennes correspondantes de parallaxe horizontale sont $\overline{m}_{px} = 23 \mu$ dans le modèle et 10μ dans le cliché.
- Les erreurs moyennes relatives altimétriques $\overline{m}_z$ en » μ dans le modèle« sont indépendantes de l'échelle image.
- L'influence des chambres de prise de vues sur l'erreur relative altimétrique est également très petite. Les erreurs $\overline{m}_z$ en » μ dans le cliché« sont, en respectant l'ordre des chambres de prise de vues, dans le rapport 1,00 : 1,15 : 0,95 : 0,65 et pour les erreurs correspondantes de parallaxe horizontale m_{px} , on obtient la relation: 1,00 : 1,95 : 1,25 : 1,00.

Le tableau 27 contient les erreurs moyennes relatives m_4 , reproduites séparément pour les points intérieurs, les points extérieurs et les points au bord. De ces données nous avons calculé, pour chaque vol, la perte de précision vers le bord. Pour tenir compte de l'influence des variables usuelles, nous avons aussi regroupé les valeurs figurant dans le tableau 27 selon les problèmes supplémentaires. Le tableau 52 contient les valeurs moyennes pour les appareils analogiques. Nous avons directement tiré les valeurs pour le Stéréocomparateur 1818 du tableau 27. Pour tenir compte du mode

d'observation stéréoscopique différent pendant la restitution, nous avons, en outre, indiqué séparément les erreurs des mesures faites au Stéréoplanigraphe C8 et celles des mesures faites à l'Autographe A7 (cf. par. 7.3). Nous avons de nouveau calculé les rapports v' et v'' (cf. par. 7.3), c'est-à-dire que nous avons rapporté toutes les erreurs moyennes à celle des points intérieurs correspondante et nous avons finalement rassemblé les données pour les points extérieurs et pour les points au bord, c'est-à-dire, tous les points se trouvant à l'extérieur de la polygonale des points de contrôle. Il y a lieu de noter que:

- En moyenne, les erreurs relatives m_4 des points extérieurs et des points au bord sont à peu près de la même grandeur. Pour les coordonnées planimétriques, la perte de précision vers le bord s'élève à environ $v_k = 1,24$.
- En ce qui concerne les appareils analogiques, v_k est indépendant de l'échelle image.
- L'influence des chambres de prise de vues sur v_k est, dans ce cas, plus grande que pour les erreurs absolues. Les valeurs v_k , compte tenu de l'ordre des chambres de prise de vues (cf. tableau 1), sont dans le rapport 1,00 : 1,00 : 1,10 : 1,20.
- Il est étonnant que la perte de précision vers le bord au C8 n'est pas plus grande que celle constatée au A7. Cela peut provenir du fait que les erreurs sur les points intérieurs mesurées au A7 sont, en partie, très petites. Les valeurs v_k sont dans le rapport 1,00 : 1,20.
- v_k est d'environ 20% plus petit pour les mesures au Stéréocomparateur 1818 que pour celles-ci aux appareils analogiques. Cette comparaison ne vaut que pour les prises de vues à plaques.
- En moyenne, les erreurs relatives m_4 des altitudes des points au bord et des points extérieurs sont pratiquement égales. Pour l'ensemble des deux groupes de points on a: $v_z = 1,35$.
- Dans ce cas, v_z est un peu plus petit à l'échelle de 1 : 8 000 qu'à l'échelle de 1 : 12 000.
- L'influence de la chambre de prise de vues sur v_z est petite. Les valeurs v_z sont dans le rapport 1,00 : 1,25 : 1,15 : 0,95. C'est pour la RMK 15/23 que v_z , cette fois, est la plus grande.
- La perte de précision vers le bord n'est qu'un peu plus grande à l'A7 qu'au C8.
- v_z est d'environ 20% plus petit pour les mesures au Stéréocomparateur 1818 que pour celles aux appareils analogiques. Cette comparaison ne vaut que pour les prises de vues à plaques.
- Les erreurs relatives m_4 des points situés à l'extérieur de la polygonale des points de contrôle sont, en moyenne, 25% plus grandes que celles des points situés à l'intérieur de cette polygonale.

Nous avons calculé les erreurs relatives $\overline{m}_4$ résultant des moyennes des coordonnées obtenues de toutes les restitutions d'un vol (cf. par. 6.2). On suppose que ces valeurs (cf. tableau 42) soient aussi quelque peu incertaines, mais suffisantes pour le but présent. Il n'y a pas de résultat pour les stéréocomparateurs, parce que les modèles n'ont été mesurés que trois fois dans la restitution 19. Pour cette raison, l'échelle image et les chambres de prise de vues sont de nouveau les seules variables. Le tableau 53 contient les valeurs particulières moyennes, les rapports v' et v'' (cf. par. 7.3) ainsi que les valeurs v pour l'ensemble des deux groupes de points. Il apparaît que:

- Les rapports v sont sensiblement égaux pour les erreurs relatives $\overline{m}_4$ et pour les erreurs absolues (cf. par. 7.3).
- En moyenne, les erreurs relatives des points extérieurs et des points situés au bord sont de la même grandeur. Pour les coordonnées planimétriques, la perte de précision vers le bord s'élève à environ $v_k = 1,36$.
- A l'échelle image de 1 : 12 000, v_k est à peine plus grand qu'au 1 : 8 000.
- L'influence des chambres de prise de vues sur v_k est petite, les valeurs v_k étant dans le rapport 1,00 : 1,05 : 1,10 : 1,00.
- Les erreurs relatives $\overline{m}_4$ des altitudes des points au bord sont, en moyenne, un peu plus grandes que celles des altitudes des points extérieurs. Pour l'ensemble des deux groupes de points on a : $v_z = 1,20$.
- La perte de précision vers le bord v_z à l'échelle image de 1 : 12 000 est presque de la même grandeur que pour le 1 : 8 000.
- L'influence de la chambre de prise de vues sur v_z est petite, les valeurs v_z étant dans le rapport 1,00 : 0,80 : 1,15 : 1,10. Pour la RMK 15/23, même remarque qu'au paragraphe 7.3.
- En moyenne, les erreurs relatives $\overline{m}_4$ des points, situés à l'extérieur de la polygonale des points de contrôle, dépassent de 25% les erreurs des points, situés à l'intérieur de ce cadre.

7.5. Précision des distances D

Conformément à la deuxième question principale, nous avons reproduit dans le tableau 30 les erreurs moyennes de distance, en les classant par groupe de distances et par appareil de restitution. En supposant que les deux extrémités d'une distance soient mesurées avec la même précision, nous pouvons transformer les erreurs moyennes de distance en des erreurs moyennes de coordonnées à l'aide de l'équation (22). Afin de résoudre les problèmes supplémentaires, nous avons groupé les résultats en fonction des différentes variables (échelle image, chambre de prise de vues etc.), et cela séparément pour les restitutions fournissant des couples de coordonnées, pour toutes les restitutions faites aux appareils analogiques (tableau 54), ainsi que pour celles faites aux stéréocomparateurs (tableau 55). Pour le modèle 1.62 de la restitution 12, voir les remarques du paragraphe 7.2. Il faut cependant faire attention à ce que, dans les groupes de distances 3 et 4, pour lesquels les extrémités se trouvent dans différents modèles, un point est situé dans le modèle 1.61. On remarquera :

- Pour les appareils analogiques, l'erreur moyenne de distance se monte en moyenne à $m_s = 30 \mu$ dans le modèle ou à 13μ dans le cliché. Pour les stéréocomparateurs, on obtient $m_s = 9 \mu$ dans le cliché.
- L'erreur de distance m_s en « μ dans le modèle» est égale pour les deux échelles.
- Afin de déterminer l'influence des chambres de prise de vues sur l'erreur moyenne de distance, nous avons d'abord calculé, en partant des données figurant dans les tableaux 54 et 55, les rapports des erreurs moyennes m_s en « μ dans le modèle» pour chaque groupe de distances et cela en nous référant à l'ordre des chambres de prise de vues (cf. tableau 1). Ensuite, nous avons formé une moyenne pondérée. Il en résulte que les erreurs moyennes sont dans le rapport 1,00 : 1,05 : 1,15 : 0,95,

c'est-à-dire que les erreurs moyennes de distance m_s en « μ dans le modèle» sont de la même grandeur pour les quatre chambres de prise de vues. Mais si nous calculons en « μ dans le cliché», seul le dernier terme de la proportion se modifie et devient 0,70. En effet, ces rapports ne sont pas égaux pour les appareils analogiques et pour les stéréocomparateurs, et il se révèle que les différences entre les différents groupes de distances sont environ le double de celles se présentant entre les deux types d'appareils de restitution. Si nous considérons les distances dont les extrémités se trouvent dans le même modèle, à savoir les groupes 1, 2 et 5, nous constatons que les erreurs moyennes de distance m_s en « μ dans le modèle» sont dans le rapport 1,00 : 1,20 : 1,20 : 1,05. Pour les erreurs déterminées en « μ dans le cliché», le dernier terme est 0,75. Par contre, si nous résumons les distances dont les extrémités se trouvent dans différents modèles, à savoir les groupes 3 et 4, les erreurs m_s en « μ dans le modèle» sont dans le rapport 1,00 : 0,90 : 1,05 : 0,80. Pour m_s déterminé en « μ dans le cliché», le dernier terme est 0,55. Nous trouvons les plus grandes différences pour la RMK 15/23 et pour la RC 7a 10/14. Dans ces deux cas, les différences peuvent provenir d'erreurs additionnelles commises lors de l'adaptation sur les points de contrôle. Pour cette raison, les résultats obtenus pour les groupes 1, 2 et 5 semblent être plus certains.

- Pour les appareils analogiques, les erreurs moyennes de distance m_s , mesurées en « μ dans le modèle», provenant des prises de vues au 1 : 12 000 avec la chambre à plaques RC 7a 10/14, en moyenne, n'excèdent guère les erreurs m_s relatives aux prises de vues au 1 : 8 000 avec la chambre à film RMK 15/23. C'est pourquoi les erreurs moyennes, déterminées en «cm sur le terrain», sont aussi de grandeur égale. La même conclusion s'applique aux restitutions faites à l'aide des stéréocomparateurs. En général, pour les deux types d'appareils, les différences entre les erreurs moyennes sont relativement plus grandes pour les distances des groupes 3 et 4 que pour celles des groupes 1, 2 et 5. Il faut remarquer que, pour les prises de vues à plaques, les distances courtes et inclinées du groupe 5 sont plus exactes que les distances courtes du groupe 1, et que les erreurs de distance du groupe 3 sont presque dans le rapport $m_s = 1,00 : 1,20$.
- Les erreurs m_s en « μ dans le cliché», résultant des restitutions faites aux appareils analogiques — pour $v_m = 2,5$ — et aux stéréocomparateurs, sont dans le rapport 1,00 : 0,70.
- Pour terminer, nous comparons encore les erreurs de distance par groupes. En utilisant les valeurs des tableaux 54 et 55, nous avons calculé d'abord les rapports des erreurs moyennes des différents groupes et ensuite une moyenne pondérée de ces données conformément au nombre des restitutions. Nous trouvons un rapport 1,00 : 1,45 : 1,80 : 1,55 : 1,00. Il en découle:
 - a) $m_{s1} : m_{s5} = 1,00 : 1,00$, c'est-à-dire que les distances des groupes 1 et 5 ont la même précision. Les dénivelées des extrémités des distances n'influencent pas la précision des distances courtes.
 - b) $m_{s1} : m_{s2} = 1,00 : 1,45$, c'est-à-dire qu'à l'intérieur d'un modèle, les longues distances sont plus imprécises que les courtes. La différence est plus grande que la perte de précision vers le bord.
 - c) $m_{s3} : m_{s4} = 1,00 : 0,85$, c'est-à-dire que les longues distances sont plus précises que les distances courtes si les extrémités se trouvent dans des modèles différents. La différence peut provenir de la perte de précision vers le bord.
 - d) $m_{s2} : m_{s4} = 1,00 : 1,05$, c'est-à-dire que les longues distances ont la même précision, que les extrémités se trouvent dans le même modèle ou dans des modèles différents.

- Pour terminer, nous avons repris les erreurs moyennes de distance des groupes 1 et 5 pour les appareils analogiques et nous avons transformé les valeurs moyennes en une erreur moyenne de coordonnées à l'aide de l'équation (22). Il en résulte une erreur moyenne relative. Cette erreur dépasse légèrement celle provenant du tableau 50. En utilisant les erreurs m_s des groupes 2 et 4 d'une part, et celles du groupe 3 d'autre part, nous avons trouvé une erreur moyenne de coordonnées $m_h = 10$ cm et 12 cm. C'est surtout cette dernière erreur qu'on peut comparer avec l'erreur moyenne absolue obtenue au chiffre 3 du programme de calcul. C'est une nouvelle confirmation du fait que l'erreur moyenne, résultant des erreurs sur les points qui se trouvent dans les zones marginales et qui ont été mesurés deux fois, constitue un bon critère de la précision absolue.

7.6. Erreurs systématiques résultant des moyennes des coordonnées S et S⁺

Conformément à la première question principale, nous avons reproduit, dans le tableau 33, la moyenne quadratique des erreurs systématiques pour les restitutions faites aux appareils analogiques et au Stéréocomparateur 1818. Afin de résoudre les problèmes supplémentaires, nous avons regroupé les résultats selon les différentes variables (échelle image, chambre de prise de vues, etc.) et cela, séparément pour toutes les restitutions fournissant des couples de coordonnées et pour toutes les restitutions faites aux appareils analogiques (tableau 56). Nous n'avons pas reproduit ces valeurs pour les stéréocomparateurs. A cet égard, nous renvoyons au tableau 33. Les mesures de la restitution 11 ont été utilisées dans la moyenne totale figurant dans le tableau 56. On retiendra que:

- Pour les appareils analogiques, la moyenne quadratique des erreurs systématiques s'élève à $m_h = 25 \mu$ dans le modèle ou à 11μ dans le cliché. Pour le Stéréocomparateur 1818 (prises de vues à plaques seulement), nous avons $m_h = 5,5 \mu$ dans le cliché.
- La moyenne quadratique des erreurs systématiques m_h en μ dans le modèle est égale pour les deux échelles image.
- L'influence de la chambre de prise de vues sur l'erreur moyenne systématique m_h est quelque peu plus grande que sur les erreurs moyennes relatives. Nous avons formé une moyenne pondérée des valeurs figurant dans le tableau 56. Dans l'ordre fixé des chambres de prise de vues (cf. tableau 1), les erreurs m_h , déterminées en μ dans le modèle, sont dans le rapport 1,00 : 1,15 : 1,45 : 1,15. Si nous calculons m_h en μ dans le cliché, le rapport se transforme en faveur de la chambre à plaques, le dernier membre de la proportion étant alors 0,70.
- Les erreurs moyennes systématiques m_h , déterminées en μ dans le modèle, pour des prises de vues au 1 : 12 000 avec la chambre à plaques RC 7a 10/14, sont de 10% environ supérieures à celles provenant des prises de vues au 1 : 8 000 avec la chambre à film RMK 15/23. Par conséquent, les erreurs moyennes en «cm sur le terrain» sont de la même grandeur pour les deux échelles.
- Il n'existe pas d'erreurs moyennes pour les stéréocomparateurs de précision. Dès lors, si nous ne comparons que les résultats des prises de vues à plaques, les erreurs m_h en μ dans le cliché pour les restitutions, faites aux appareils analogiques et au Stéréocomparateur 1818, sont dans le rapport 1,00 : 0,70.
- Pour les appareils analogiques, l'erreur moyenne systématique altimétrique s'élève en moyenne à $m_z = 51 \mu$ dans le modèle et à 22μ dans le cliché, soit environ à $0,14\% h_g$. Les erreurs moyennes correspondantes de parallaxe horizontale sont $m_{px} = 28 \mu$ dans le modèle et 12μ dans le cliché. Les erreurs des restitutions faites aux comparateurs (prise de vues à plaques seulement) s'élèvent à la moitié de ces valeurs.

- Les erreurs moyennes systématiques altimétriques m_z et les erreurs moyennes de parallaxe horizontale m_{px} , déterminées en « μ dans le modèle», sont à l'échelle image de 1 : 12 000 d'environ 10% et 15% inférieures à celles au 1 : 8 000. Ces différences augmentent encore quelque peu si nous calculons en « μ dans le cliché».
- L'erreur moyenne altimétrique m_z , déterminée en « μ dans le modèle», pour la RMK 15/23 et celles relatives aux autres chambres de prise de vues sont dans le rapport 1,00 : 0,75. Partant des valeurs figurant dans le tableau 60 (partie 2), nous trouvons que les erreurs m_z en « μ dans le cliché» sont dans le rapport 1,00 : 1,30 : 1,00 : 0,65. Les erreurs correspondantes de parallaxe horizontale m_{px} sont dans le rapport 1,00 : 2,20 : 1,30 : 1,00.
- Pour le problème supplémentaire 4b, voir nos remarques dans le paragraphe 7.2.
- Si nous comparons les résultats des prises de vues à plaques, nous trouvons que les erreurs moyennes systématiques m_z en « μ dans le cliché», obtenues à partir des mesures faites aux appareils analogiques, sont dans la proportion 1,00 : 0,75 par rapport à celles faites au Stéréocomparateur 1818.

A l'aide de représentations graphiques (cf. par. 6.1), nous avons obtenu les erreurs systématiques des moyennes des coordonnées de toutes les restitutions d'un vol (cf. tableau 38). Le tableau 57 contient les différentes valeurs moyennes. Les mesures de la restitution 11 n'y sont pas comprises. Nous avons déjà fait remarquer la signification différente de m_8 et $\overline{m}_8$ (cf. par. 6.1). On peut conclure que :

- Pour les appareils analogiques, la moyenne quadratique des erreurs systématiques s'élève à $\overline{m}_k = 18 \mu$ dans le modèle ou à $\overline{m}_k = 8 \mu$ dans le cliché.
- L'erreur moyenne systématique $\overline{m}_k$ est indépendante de l'échelle image.
- L'influence de la chambre de prise de vues sur $\overline{m}_k$ correspond à celle-ci sur m_k . Dans l'ordre usuel des chambres de prise de vues (cf. tableau 1), les erreurs $\overline{m}_k$, déterminées en « μ dans le modèle», sont dans le rapport 1,00 : 1,30 : 1,50 : 1,15. Si, par contre, nous calculons m_k en « μ dans le cliché», le dernier membre de la proportion se change en 0,75.
- Pour les appareils analogiques, l'erreur moyenne systématique s'élève en moyenne à $\overline{m}_z = 34 \mu$ dans le modèle ou à 15μ dans le cliché, soit environ 0,10‰ h_g . Les erreurs moyennes correspondantes de parallaxe horizontale sont $\overline{m}_{px} = 19 \mu$ dans le modèle ou 8μ dans le cliché.
- Les erreurs moyennes systématiques altimétriques $\overline{m}_z$ en « μ dans le cliché» sont aussi pratiquement indépendantes de l'échelle image.
- Les erreurs moyennes altimétriques $\overline{m}_z$, déterminées en « μ dans le modèle», pour la RMK 15/23 et celles relatives aux autres chambres de prise de vues, sont dans le rapport 1,00 : 0,65. Partant des valeurs figurant dans le tableau 57, nous trouvons que les erreurs $\overline{m}_z$ en « μ dans le cliché» sont dans le rapport 1,00 : 1,60 : 1,05 : 0,70. Les erreurs correspondantes de parallaxe horizontale $\overline{m}_{px}$ sont dans le rapport 1,00 : 2,80 : 1,40 : 1,05.

Le tableau 36 contient la moyenne quadratique des erreurs systématiques, séparément pour les points intérieurs, les points extérieurs et les points situés au bord. Partant de ces valeurs, nous avons calculé la perte de précision vers le bord pour chaque vol. Pour tenir compte de l'influence des variables usuelles, nous avons regroupé les valeurs du tableau 36 en fonction des problèmes supplémentaires. Le tableau 58 contient les valeurs moyennes pour les appareils analogiques. Les valeurs pour le Stéréocomparateur 1818 ont été tirées directement du tableau 36. Le tableau 58 contient également les rapports v' et v'' (cf. par. 7.3), ainsi que les valeurs v des deux groupes de points. Par suite de l'observation stéréoscopique différente pendant la restitution, nous avons séparé les erreurs obtenues dans les mesures faites au Stéréoplanigraphe C8 de celles résultant des mesures faites à l'Autographe A7 (cf. par. 7.3).

Mais nous avons calculé les erreurs systématiques également en partant des moyennes des coordonnées de toutes les restitutions d'un vol (cf. par. 6.1). En effet, ces valeurs figurant dans le tableau 39 ont été déterminées par voie semi-graphique et sont par conséquent un peu incertaines. Toutefois, pour l'instant, elles suffiront probablement pour le but en question (cf. par. 7.4). Dans le tableau 59, nous avons recueilli les valeurs moyennes en fonction des variables, prises en considération pour ces problèmes supplémentaires, en vue de calculer également les valeurs v' et v'' et enfin v , c'est-à-dire que nous avons rapporté toutes les erreurs moyennes aux erreurs des points intérieurs correspondantes. Il en résulte que:

- Les erreurs systématiques des points extérieurs et des points au bord sont presque de la même grandeur. La perte de précision vers le bord est respectivement $v_k = 1,34$ et $v_z = 1,12$. Les erreurs moyennes systématiques $\overline{m}_8$ des points à l'extérieur de la polygonale des points de contrôle sont en moyenne de 25% plus grandes que les erreurs des points à l'intérieur de cette polygonale.
- Les valeurs de v_k et v_z sont à peu près égales pour les deux échelles.
- L'influence de la chambre de prise de vues sur v_k et v_z est petite. Dans l'ordre fixé des chambres de prise de vues (cf. tableau 1), les valeurs v_k sont dans le rapport 1,00 : 0,85 : 0,95 : 0,90, les valeurs v_z étant dans le rapport 1,00 : 0,75 : 1,25 : 1,05. Ce n'est que la petite valeur v_z pour la RMK 15/23 et la valeur considérable pour la 2 × RMK 21/18 qui sont de nouveau remarquables (cf. par. 7.3).

En ce qui concerne les erreurs m_8 , les rapports sont du même ordre. L'influence des différentes chambres de prise de vues ne peut être mise en évidence que par les valeurs figurant dans le tableau 58. On constate que:

- La perte de précision vers le bord est un peu plus petite pour le C8 que pour l'A7.
- Les valeurs de v pour les appareils analogiques et pour le Stéréocomparateur 1818 sont de la même grandeur (comparaison des prises de vues à plaques).

8. Résultats

8.1. Résultats de l'analyse

Dans le tableau 60, nous avons reproduit séparément une partie des erreurs figurant dans le paragraphe 7 pour en obtenir une meilleure synthèse. Nous distinguons les variables suivantes:

- erreurs de coordonnées m_k et erreurs altimétriques m_z , déterminées en » μ dans le cliché«, ainsi que les erreurs de parallaxe horizontale m_{px} , exprimées en » μ dans le modèle«;
- erreurs en fonction du programme de calcul, les suppléments inclus selon le paragraphe 6;
- appareils de restitution (cf. tableau 3);
- chambres de prise de vues (cf. tableau 1).

En tête du tableau 60 figurent encore le nombre N des restitutions examinées, le rapport v_m de l'échelle modèle à l'échelle image, ainsi que le rapport de base ϑ ; la dernière colonne contient la référence aux tableaux dont les valeurs numériques ont été tirées. Pour les appareils analogiques, nous n'avons formé que la moyenne des erreurs pour les trois premières chambres de prise de vues, parce que v_m est presque de la même grandeur pour celles-ci. Si nous calculons les erreurs m_k et m_z en » μ dans le modèle«, les différences disparaîtront par rapport aux erreurs obtenues avec des prises de vues à plaques. Pour être en état de comparer les erreurs moyennes de distance m_s , déterminées selon chiffre 5 du programme de calcul, avec les autres erreurs moyennes, nous avons transformé ces erreurs à l'aide de l'équation (22) en une erreur moyenne de coordonnées m_k . Pour les restitutions aux stéréocomparateurs, les erreurs en » μ dans le cliché« sont égales aux erreurs en » μ dans le modèle« puisque $v_m = 1$. En premier lieu, le tableau 60 révèle quel degré de précision (planimétrique et altimétrique) peut être atteint dans les différentes conditions de prise de vues. A l'aide de l'équation (22), nous trouvons la précision des distances. Mais cela ne donne pas la réponse au problème de la précision d'un point aux différentes échelles image (cf. problèmes 1 et 2 du programme d'essai, par. 2.1). Nous mentionnons spécialement que:

- Les erreurs moyennes absolues m_3 obtenues aux appareils analogiques sont environ 3,5 fois plus grandes que les erreurs de mesure m_1 et celles provenant des stéréocomparateurs sont environ 5 fois plus grandes que les erreurs de mesure m_1 .
- Les erreurs d'adaptation m_2 et les erreurs absolues m_3 sont à peu près égales.
- Les erreurs relatives m_4 , résultant des écarts des moyennes des coordonnées obtenues par trois mesures indépendantes d'un modèle (dispersion des coordonnées par la mise en place du modèle à plusieurs reprises), sont environ la moitié des erreurs absolues m_3 .
- Les erreurs relatives $\overline{m_4}$, provenant des écarts des moyennes de toutes les restitutions d'un vol, sont un peu plus grandes que les erreurs m_4 .
- Les résultats de la comparaison des distances ont déjà été reproduits au paragraphe 7.5. Il en résulte que le rapport des erreurs moyennes des distances courtes, dont les extrémités se trouvent dans le même modèle (groupes 1 et 5), à celles des longues distances dont les extrémités se trouvent dans le même modèle ou dans des modèles différents (groupes 2 et 4), et aux erreurs moyennes des distances courtes, dont les extrémités se trouvent dans des modèles différents (groupe 3), est 1,0 : 1,5 : 1,8. L'erreur moyenne m_{s1} des distances courtes, dont les extrémités se trouvent dans le même modèle, s'élève à 9 μ dans le cliché aux appareils analogiques. Cela correspond à peu près à l'erreur relative m_4 .
- Ce n'est qu'à titre complémentaire que nous avons mentionné les erreurs moyennes systématiques m_3 car les erreurs $\overline{m_4}$ et $\overline{m_8}$ manquent pour les mesures faites aux

stéréocomparateurs. Pour les quatre chambres de prise de vues, ces erreurs m_3 sont nettement plus grandes que les erreurs relatives m_4 et, pour cette raison, elles déterminent essentiellement l'erreur totale m_3 .

Ensuite, nous avons calculé l'influence des différents variables comme l'échelle image, la chambre de prise de vues etc., conformément aux autres points du programme d'essai. Dans le tableau 61 — par opposition au tableau 60 — nous n'avons pas donné les valeurs numériques des différentes erreurs, mais les rapports V des erreurs moyennes en les classant, séparément par les différents problèmes, les chiffres du programme de calcul et par les erreurs m_k et m_z . En tête du tableau sont indiqués les quotients Q_m des valeurs v_m relatives en vue des transformations ultérieures. Chaque fois nous avons attribué le chiffre 1,00 à une de ces valeurs. Pour les valeurs individuelles, nous avons tenu compte du nombre de restitutions, lorsque nous avons rassemblé les mesures aux appareils analogiques et celles aux stéréocomparateurs. Mais en calculant les valeurs moyennes arithmétiques, nous avons supposé que les rapports V sont de la même précision. Pour obtenir un critère relatif à l'incertitude de ces valeurs V , nous avons calculé la dispersion de quelques erreurs moyennes (chiffres 3, 4 et 8 du programme de calcul) et, partant de cette valeur, nous avons calculé la dispersion de V . En ce qui concerne les appareils analogiques, les valeurs moyennes des erreurs moyennes m_k et m_z pour chaque vol ont une dispersion respective d'environ 0,8 μ et 1,8 μ , soit, en moyenne, 8%. Pour les stéréocomparateurs cette dispersion est 12%. Il en découle que les valeurs V dans le tableau 61 ont également une précision de 10% environ. À l'aide de nos restitutions, nous avons trouvé les résultats suivants répondant aux problèmes posés:

— Problème 3

Les erreurs moyennes de coordonnées m_k , déterminées en μ dans le cliché, des prises de vues au 1 : 8 000 et des prises de vues au 1 : 12 000 sont dans le rapport 1,00 : 0,95, les erreurs moyennes altimétriques m_z étant dans le rapport 1,00 : 0,90. Le rapport Q_m des valeurs v_m aux appareils analogiques étant 1,00 : 1,05, il en découle que toutes les erreurs moyennes sont indépendantes de l'échelle image. La tendance se présente que les erreurs aux petites échelles sont plus petites. Cela est mis en évidence particulièrement par les erreurs altimétriques m_z — des mesures exécutées aux comparateurs — elles sont dans le rapport 1,0 : 0,8 environ (cf. tableau 62). Dans ce cas, il est peut-être important que nous avons utilisé des signaux du même format pour les deux échelles image.

— Problèmes 4a, 5, 6 et 7

Nous avons rassemblé ces problèmes parce qu'il s'agit des relations entre les quatre chambres de prise de vues. Nous avons choisi l'erreur moyenne quadratique résultant des prises de vues à angle normal comme unité. En moyenne, les erreurs moyennes quadratiques m_k en μ dans le cliché sont, en se reportant à l'ordre des chambres de prise de vues (cf. tableau 1), dans le rapport 1,00 : 1,10 : 1,20 : 0,75. Les erreurs moyennes quadratiques m_z calculées en μ dans le cliché — les erreurs absolues et systématiques moyennes des vols 1.2 et 1.6 exclues — sont dans le rapport 1,00 : 0,95 : 1,05 : 0,60, ou exprimées en ‰ h_g , dans la proportion 1,00 : 1,25 : 1,05 : 1,20. Mais, si nous calculons les erreurs moyennes quadratiques en μ dans le modèle, ce n'est que le dernier terme des deux premières proportions qui, pour les appareils analogiques, se modifie respectivement en 1,15 et 0,95, parce que les valeurs de v_m sont à peu près égales pour les trois premières chambres de prise de vues. Dans ce cas, les différences entre les mesures aux appareils analogiques et celles aux stéréocomparateurs sont plus grandes (cf. tableau 62). En moyenne, les valeurs V diffèrent

l'une de l'autre de 12% (maximum de 49%) pour les différents chiffres du programme de calcul. Mais il est frappant de constater que, pour les erreurs déterminées en μ dans le cliché, les rapports sont très semblables pour les deux types d'appareils de restitution. Les erreurs relatives m_k sont à peu près dans le même rapport que les côtés moyens des modèles (racine carrée tirée des surfaces des modèles). La même remarque s'applique pour les erreurs systématiques et également pour les erreurs moyennes absolues. Dans quelle mesure le format du cliché ne joue-t-il qu'un rôle indirect — par le rapport d'agrandissement v_m — reste indécis (cf. p. ex. m_4). On ne peut rien dire de définitif sur le rapport des erreurs moyennes altimétriques m_z .

Nous résumons les résultats pour les trois chambres de prise de vues à film. Les erreurs moyennes quadratiques m_k , calculées en μ dans le cliché, de ces prises de vues sur film sont par rapport à celles des prises de vues sur plaques comme 1,00 : 0,65. Pour les erreurs m_z , ce rapport est 1,00 : 0,60. La différence de précision correspond dans les deux cas au quotient Q_m , c'est-à-dire que les différences disparaîtront si nous calculons les erreurs moyennes en μ dans le modèle (problème 4a). Les erreurs moyennes quadratiques m_k des prises de vues verticales à angle normal et celles des prises de vues convergentes à angle normal révèlent des différences considérables, tandis que les erreurs m_z sont à peu près égales. Le gain, tiré du rapport de base plus grand des prises de vues convergentes, est ainsi compensé par d'autres erreurs. Les différences sont un peu moins nettes pour les mesures faites aux comparateurs (problème 5). En comparaison de celles provenant des prises de vues verticales grand-angulaires, les erreurs planimétriques m_k des prises de vues convergentes à angle normal sont plus grandes, de 10% environ. Il en est de même pour les erreurs m_z . Dans notre cas, la valeur pour m_z se modifie en faveur des prises de vues convergentes si nous calculons en $\% h_g$ (problème 6). D'autre part, les erreurs planimétriques m_k des prises de vues verticales grand-angulaires sont de 10% environ supérieures aux erreurs m_k des prises de vues verticales à angle normal et les erreurs altimétriques m_z sont — malgré le grand rapport de base — dans ce cas, à peu près égales. Mais les différences sont encore plus grandes pour les mesures faites aux comparateurs. Il en est aussi pour m_z , même si nous calculons les erreurs en $\% h_g$ (problème 7).

— Problème 4b

Si nous comparons les erreurs moyennes m_k en μ dans le cliché provenant des prises de vues au 1 : 8 000 avec la chambre à film RMK 15/23, à celles obtenues au 1 : 12 000 avec la chambre à plaques RC 7a 10/14, nous obtenons un rapport qui est semblable à celui trouvé au problème 4a, c'est-à-dire 1 : $V_k = 1,00 : 0,70$. Cette différence de précision est compensée par la différence des échelles image aussitôt que nous transformons les erreurs en cm sur le terrain. La même remarque s'applique pour les erreurs de mesure et les erreurs relatives m_z .

— Problème 8

Si nous résumons les erreurs moyennes m_k en μ dans le cliché des mesures faites aux appareils analogiques, ces erreurs seront — pour $v_m = 2,5$ — dans le rapport 1 : $V_k = 1,00 : 0,65$ relativement à celles obtenues dans les mesures aux stéréocomparateurs de précision. De même, du fait du rapport 1 : $V_z = 1,00 : 0,85$, les erreurs m_k des mesures faites aux comparateurs sont d'un tiers environ plus petites que celles des mesures aux appareils analogiques. Par contre, les différences des erreurs altimétriques m_z sont petites. Toutefois il est frappant de noter que les erreurs moyennes m_z relatives aux mêmes prises de vues ne diffèrent que très peu pour les différents instruments de restitution.

Pour terminer, nous avons encore groupé les valeurs v_k et v_z représentant la perte de précision vers le bord, et cela séparément selon les chambres de prise de vues et les appareils de restitution (tableau 63). Pour compléter, nous avons indiqué les valeurs de v pour m_8 , car les erreurs $\overline{m}_4$ et $\overline{m}_8$ manquent pour les mesures faites aux comparateurs. Les valeurs de v pour les erreurs relatives m_4 sont un peu incertaines (tableau 52). Il en est de même pour les valeurs de v , obtenues à partir des moyennes des coordonnées de toutes les restitutions d'un vol (tableaux 53 et 59). Pour cette raison, nous avons renoncé à indiquer les valeurs individuelles des rapports Q pour reproduire directement, dans le tableau 64, les valeurs moyennes des cinq déterminations, car les valeurs individuelles v_k et v_z sont à peu près égales. En moyenne, nous avons $v_k = 1,35$ et $v_z = 1,25$; sans les altitudes de la RMK 15/23, on a $v_z = 1,30$. Ensuite nous avons calculé l'influence de l'échelle image et de la chambre de prise de vues sur la perte de précision vers le bord. Nous avons trouvé les résultats suivants:

— Problème 3

Le rapport des valeurs v_k et v_z des prises de vues au 1 : 8 000 à celles des prises au 1 : 12 000 est 1 : $Q = 1,00 : 0,95$, c'est-à-dire que la perte de précision vers le bord ne dépend pas de l'échelle image.

— Problèmes 4a, 5, 6 et 7

Nous avons calculé le rapport des valeurs v_k dans l'ordre des chambres de prise de vues (cf. tableau 1) et nous avons trouvé un rapport 1,00 : 0,90 : 1,10 : 0,90. Par contre, les valeurs v_z sont dans le rapport 1,00 : 0,85 : 1,20 : 1,05. Ces rapports sont semblables pour les deux types d'appareils de restitution (cf. tableau 64). Dans ce cas, il faut remarquer que la perte de précision vers le bord n'est pas du tout plus petite dans les prises de vues verticales à angle normal que celle dans les prises de vues des autres chambres. La perte de précision vers le bord pour les altitudes obtenues à l'aide de la RMK 15/23 n'est que tellement petite puisque les altitudes des points intérieurs sont déjà relativement imprécises.

— Problème 8

Si nous groupons les valeurs v en fonction des différents appareils de restitution, nous ne trouvons pas de différences notables entre les mesures effectuées aux appareils analogiques et aux stéréocomparateurs (cf. tableau 63). Les différences, entre les mesures faites au Stéréoplanigraphe C8 et à l'Autographe A7, sont également faibles (cf. tableau 64).

8.2. Comparaison avec quelques autres travaux

En plus des appareils de prise de vues et de restitution, c'est probablement l'altitude des points qui influence la précision. C'est pour cette raison qu'on a choisi — par opposition à Oberriet — un terrain accidenté et partiellement montagneux comme champ d'essai à Reichenbach. On se propose d'examiner les résultats de ces deux essais et d'étendre la comparaison à quelques résultats obtenus dans d'autres essais internationaux pour autant qu'il soit possible de ramener ces résultats à une base comparable (cf. tableau 65). En ce qui concerne ces derniers essais, nous mentionnons les détails ci-après:

— Pour l'essai de Monti di Revöira, on a utilisé trois chambres de prise de vues différentes (cf. [7]). Chaque modèle a compté 6 à 11 points de contrôle. Les erreurs moyennes des points de comparaison ont été divisées en trois composantes, la première constante, la deuxième systématique et l'autre accidentelle. Les fautes gros-

sières (5% environ) ont été éliminées d'avance, mais nous ignorons si on a éliminé les trois coordonnées d'un point dans le cas où l'une de ces coordonnées a été considérée comme grossièrement fautive. Le rapport ne contient pas d'indication sur les échelles modèles; les valeurs du tableau 65 ont été estimées. Les erreurs accidentelles correspondent à peu près à nos erreurs relatives, les erreurs totales correspondant à nos erreurs absolues. Nous n'avons pas calculé d'erreurs constantes, elles sont comprises dans nos erreurs systématiques. Dans les mesures faites au stéréocomparateur, les erreurs systématiques ont été combinées avec les erreurs accidentelles. De ce fait, nous nous contentons de l'erreur totale, une autre comparaison n'étant pas possible. La grande erreur de distance est frappante dans les prises de vues convergentes.

Dans l'essai de Renfrew, les points de comparaison pour les observations altimétriques étaient bien définis, mais ils n'étaient pas signalisés (cf. [10] et [8]). Nous citons les résultats à cause de la petite échelle image qui était le 1 : 50 000. Le nombre des points de comparaison planimétriques était petit ($n = 11$); il n'existe que peu de renseignements en ce qui concerne les échelles modèles.

Lors du Congrès tenu à Stockholm en 1956, M. H. Härry a présenté un rapport sur les essais contrôlés »Oberriet« de la Société Internationale de Photogrammétrie. Mais ce rapport n'était publié qu'ultérieurement [18]. Pour les essais, on a prédominamment utilisé les prises de vues à plaques. Nous n'avons pas tenu compte de la restitution graphique dans ce cas. A l'aide de l'erreur de distance, nous avons dérivé une erreur relative, parce que les distances utilisées pour la comparaison étaient toujours plus petites que 30 m.

En ce qui concerne les altitudes, la différence entre l'erreur d'adaptation et l'erreur absolue est extrêmement grande. Dans le rapport, on a mentionné que l'erreur moyenne de l'orientation relative ainsi que l'erreur moyenne de coordonnées en » μ dans le cliché« diminue avec l'échelle image. Si nous calculons les erreurs en » μ dans le modèle«, les différences disparaissent, mais, dans ce moment, l'erreur moyenne de coordonnées considérablement plus petite est évidente pour la chambre de 17 cm. Le même s'applique pour l'erreur altimétrique m_z , en particulier, si nous la convertions avec le rapport de base à une erreur moyenne m_{px} de la parallaxe horizontale.

M. Lehmann [11] a donné des informations sur la disposition de l'essai d'Oberriet de l'OEEPE, M. Gotthardt [1] en a publié les premiers résultats. En outre, on dispose des rapports de quelques centres de restitution. M. Stickler [12] a essayé d'interpréter les résultats (cf. aussi [2]). Un rapport sur des résultats ultérieurs, en particulier sur la précision des distances, est encore en préparation (cf. aussi [5]). Les distances les plus longues sont 300 m sur le terrain. Pour cette raison, la longueur de ces distances, mesurée en »cm dans le cliché«, diffère selon l'échelle image. Dans cet essai, on distingue encore entre les distances mesurées directement et celles dont la longueur provient des coordonnées déterminées par voie terrestre, entre les distances dont les extrémités sont situées dans le même modèle et celles dont les extrémités sont situées dans deux modèles différents (comparaison des distances I et II).

L'I. T. C. de Delft a choisi, pour chaque vol, les points qui ont été mesurés par tous les centres de restitution et il a transformé les coordonnées de tous les stéréogrammes à l'aide de tous les points de comparaison. A l'aide de coordonnées transformées de cette manière, ce centre a répété la comparaison des distances, mais en ne choisissant que les distances d'une longueur de 10 cm au maximum dans le cliché dont les extrémités se trouvent dans le même modèle (comparaison des

distances III). Les représentations graphiques des erreurs moyennes de distance m_s , obtenues à partir des comparaisons des distances I et III comme fonction de leur longueur, montrent l'accroissement bien connu des erreurs (cf. [9]). En utilisant les erreurs moyennes de distance m_s , nous avons calculé à l'aide de l'équation (22) des erreurs moyennes de coordonnées m_k . Nous considérons les erreurs m_k provenant des distances courtes comme des erreurs relatives et les erreurs obtenues à partir des distances longues comme des erreurs absolues (cf. tableau 65). Les erreurs moyennes résultant de la comparaison des distances II sont presque de la même grandeur. De cette manière, nous indiquons en même temps la portée des erreurs moyennes.

Trois chambres de prise de vues différentes ont été utilisées pour l'essai d'Oberriet. Dans ce test étaient encore variables: les dimensions des signaux (diamètres de 30 cm à 80 cm), l'échelle image (1 : 4 600 à 1 : 21 500) et les appareils de restitution (cinq appareils analogiques). Les publications ne contiennent pas de renseignements précis sur les échelles modèles, nous les avons tirées des minutes de restitution.

- Lors du Congrès de la Société Internationale de Photogrammétrie tenu à Lisbonne, M. Dubuissou a présenté les résultats de restitutions couvrant une partie de la ville de Bezons [13]. Les prises de vues ont été effectuées en cinq vols aux échelles de 1 : 2 100 à 1 : 2 700 avec la chambre RC8 15/23. Nous ne nous sommes intéressés qu'à la mesure des coordonnées des points signalisés et avons négligé la restitution cartographique au 1 : 500. Les résultats ont été publiés en détail, mais malheureusement ils ne sont ni uniformes ni sans équivoques. Ainsi, parfois on ne peut discerner s'il s'agit d'une erreur de coordonnées m_k ou d'une erreur de position m_p (vectorielle).
- Lors du Congrès à Lisbonne, M. Möller a présenté un rapport sur l'essai international de Reichenbach (1962—1964) [14]. Il y est question de prises de vues empruntées au vol 1.2. Pour cette raison, les résultats sont directement comparables aux nôtres, quoiqu'il s'agit d'autres prises de vues et d'autres points de comparaison. Le nombre des fautes grossières s'élève à 0,2% et est considérablement inférieur à celui se présentant à Monti di Revöira ou à Oberriet. Au commencement, M. Möller fait encore une distinction entre les points situés à l'intérieur de la polygonale des points de contrôle et ceux situés au bord. Si nous calculons la moyenne arithmétique des valeurs minimales et maximales, nous trouvons que la perte de précision vers le bord s'élève à $v_k = 1,26$ et $v_s = 1,07$. Le rapport $m_y : m_x$ correspond à peu près au rapport des racines des côtés du modèle (1,32 pour la RMK 15/23). Il y manque des renseignements détaillés sur les échelles modèle. Pour chacun des deux groupes de restitution, nous avons résumé les erreurs de coordonnées m_x et m_y pour en calculer l'erreur de coordonnées m_k . Enfin nous avons encore cherché le rapport des erreurs absolues aux erreurs d'adaptation. Les valeurs varient entre 1,14 et 1,23. Nous avons renoncé à établir les erreurs moyennes d'adaptation en utilisant les erreurs moyennes absolues existant jusqu'à présent.

A la fin du tableau 65, nous avons indiqué quelques erreurs moyennes figurant dans le tableau 60 de notre essai de Reichenbach. Si nous comparons ces valeurs avec les premières erreurs correspondantes du tableau 65, nous trouvons que les erreurs des essais d'Oberriet et de Reichenbach sont égales. Mais, si nous considérons toutes les autres erreurs du tableau 65, les erreurs provenant de notre essai de Reichenbach, et par conséquent celles résultant de l'essai d'Oberriet, sont de 30% environ inférieures à cette moyenne totale. Nous avons déjà signalé la différence entre nos erreurs systématiques et celles de l'essai de Monti di Revöira. Dans ce cas, la comparaison n'est pas possible.

8.3. Proposition d'études additionnelles

A l'aide de l'essai de Reichenbach, nous avons répondu à quelques questions qui sont d'importance pour la mesure photogrammétrique de coordonnées. Initialement nous avons négligé quelques questions pour éviter une surcharge du programme. Malgré l'abondance des observations, des incertitudes subsistent. De plus, de nouveaux problèmes se sont posés pendant l'analyse des erreurs. Pour ces raisons, en conclusion de ce rapport nous souhaitons suggérer quelques études additionnelles sans aller, toutefois, jusqu'à proposer un programme d'essai nouveau et détaillé.

- 1° Dans les restitutions aux appareils analogiques et aux stéréocomparateurs, nous avons constaté que certains signaux manquaient de netteté, et cela non seulement dans les prises de vues sur film, mais également dans celles à plaques. Fréquemment des signaux nets et des signaux flous se trouvaient l'un près de l'autre. Il y aurait lieu de vérifier si ces flous sont répartis irrégulièrement sur la surface de la prise de vues ou non, s'ils existent déjà sur les prises de vues originales ou s'ils n'apparaissent que sur les copies contact, et s'ils se présentent sur toutes les copies de la même manière. Outre les 80 points choisis, on peut utiliser à cette fin tous les autres points signalisés. Y a-t-il une relation entre ces flous et les erreurs moyennes?
- 2° Le programme de restitution prévoyait que chaque point devait être observé en deux passages séparés à différentes époques. Les centres de restitution étaient libres d'observer les points dans les deux passages en s'en approchant dans le même sens ou en venant de directions différentes. Certains centres de restitution ont fait restituer les deux passages par des opérateurs différents. Pour cette raison, il y a, dans un cas, des erreurs de mesure considérablement plus grandes, mais celles-ci n'ont pas influencé les erreurs d'adaptation et les erreurs absolues. Quelle est l'influence des procédés de restitution et des opérateurs sur la précision de mesure? Et quelle est l'importance de l'influence de ces différences de précision sur l'erreur de coordonnées?
- 3° La précision de la mesure des coordonnées aux appareils analogiques dépend partiellement de l'agrandissement σ du modèle, c'est-à-dire de l'échelle modèle. Aux appareils de type mécanique (A7), l'image observée a toujours la même grandeur conservant ainsi sa netteté. Aux appareils de restitution de principe optique (C8), par contre les images observées sont plus grandes à une échelle modèle plus grande perdant ainsi de la netteté. Quelle est l'influence de cette perte de netteté sur la précision des coordonnées? Une perte de précision éventuelle est-elle compensée par un meilleur rapport des échelles dès que nous rapportons les erreurs à l'image ou que nous les transformons en une mesure sur le terrain?
- 4° Dans les appareils analogiques souvent les altitudes ne sont pas lues en « μ dans le modèle» mais en «centimètres sur le terrain». Dans quelle proportion l'erreur de mesure dépend-elle des erreurs d'observation d'une part et des erreurs de lecture d'autre part? Pour les appareils analogiques p. ex. l'erreur moyenne de parallaxe horizontale m_{px} , déterminée en « μ dans le modèle», est entre le double et le triple de celle obtenue pour les stéréocomparateurs. L'opérateur peut donc voir et mesurer des parallaxes très petites au stéréocomparateur (cf. la restitution au Stéréocomparateur 1818). Peut-on voir et mesurer ces parallaxes aux appareils analogiques également?
- 5° D'autre part, il est frappant que les erreurs d'adaptation et les erreurs absolues altimétriques, ainsi que les erreurs correspondantes de parallaxe horizontale m_{px} , obtenues en « μ dans le cliché», dans les restitutions aux appareils analogiques et aux

stéréocomparateurs sont chaque fois à peu près égales pour les quatre chambres de prise de vues. S'agit-il bien d'erreurs d'observation ou d'erreurs de mesure, ou plutôt d'erreurs inhérentes aux prises de vues? Ce n'est que pour les coordonnées planimétriques que les erreurs moyennes des restitutions faites aux stéréocomparateurs sont d'environ 30% plus petites que les erreurs des restitutions faites aux appareils analogiques.

- 6° Des études récentes ont révélé que des erreurs de coordonnées, se montant à $\pm 4 \mu$, peuvent déjà apparaître lorsqu'on copie un film négatif original sur plaques diapositives [15]. Il y a lieu de répéter cette étude et, avant tout, d'étendre les recherches aux prises de vues à plaques. A cette fin, on pourrait utiliser, en vue d'une étude préliminaire, les restitution déjà exécutées aux comparateurs. De plus on pourrait également étendre aux autres vols les calculs qui, jusqu'à présent, n'ont été exécutés que pour le vol 1.6. L'erreur relative $\bar{m}_4$ contient une partie des erreurs m_4 correspondant au nombre $i = 3$ de mises en place des modèles. D'après cela, il y a, dans notre cas, une différence d'erreurs moyennes m_k s'élevant à $\pm 7 \mu$ pour les appareils analogiques. Cependant, outre les erreurs de copie, cette erreur comprend également les erreurs de réglage des appareils de restitution etc., sur l'importance desquelles on pourrait avoir des éclaircissements à l'aide des données non encore utilisées sur le réglage des appareils. En outre, il serait désirable d'étendre les études aux mesures sur comparateurs.
- 7° Pour les restitutions aux stéréocomparateurs, l'orientation relative est calculée ultérieurement. Bien qu'on puisse, en effet, utiliser à cette fin un nombre de points aussi grand qu'on le veut, on se borne en général à 10—20 points. Mais ce nombre de points dépasse largement celui utilisé dans les restitutions aux appareils analogiques, où l'orientation relative des prises de vues s'effectue à l'aide des parallaxes en 5 ou 6 points. Des erreurs systématiques en ces points donnent lieu à des déformations des images plastiques et, par conséquent, à des erreurs systématiques altimétriques. Quelle est la précision de l'orientation relative obtenue aux appareils analogiques, en comparaison de celle des orientations faites à partir des mesures aux comparateurs (cf. [8] et chiffre 6 du projet d'un premier programme de calcul, par. 4.1)?
- 8° Selon les »Directives pour la restitution«, après avoir mesuré les points signalisés, on devait enregistrer des parallaxes verticales en 15 et 25 points. On n'a pas encore étudié ces mesures de parallaxes. On pourrait les utiliser également pour calculer l'orientation relative ou pour les comparer d'une manière quelconque avec les parallaxes résiduelles obtenues dans les restitutions aux comparateurs (cf. chiffre 10 du projet d'un premier programme de calcul, par. 4.1).
- 9° L'orientation absolue des modèles influence les erreurs absolues. Si nous transformons les coordonnées-modèles de deux restitutions l'une par rapport à l'autre, nous éliminons cette influence d'erreur — en particulier les erreurs systématiques — et nous obtenons de cette manière une nouvelle précision relative. Ce faisant, il faut distinguer entre les restitutions opérées par le même centre de restitution et celles faites par différents centres. De plus nous pouvons utiliser les coordonnées après une orientation relative avec 5 et 6 points ou après une orientation améliorée (cf. numéro 7° ci-dessus). Une telle étude serait utile pour éclaircir la question posée au numéro 5° (cf. chiffre 7 du projet d'un premier programme de calcul, par. 4.1).

- 10° Nous avons utilisé les erreurs de distance pour en extraire une unité de l'erreur relative planimétrique. De la même manière, on pourrait déterminer la précision relative altimétrique à l'aide des dénivelées de points voisins (cf. chiffre 5.2 du projet d'un premier programme de calcul, par. 4.1).
- 11° Les points au bord sont de 30% environ moins précis que les points à l'intérieur de la polygonale des points de contrôle. Il en découle p. ex. que les erreurs moyennes des courtes distances, dont les extrémités se trouvent dans deux stéréogrammes différents, sont supérieures à celles des distances longues. S'agit-il d'erreurs d'extrapolation? Est-il possible qu'une autre méthode d'orientation absolue ou un plus grand nombre de points de contrôle réduisent cette perte de précision, de sorte que les erreurs absolues et relatives deviennent à peu près égales ou encore que les erreurs systématiques diminuent (cf. [16] et [17])? De quelle importance sont les prétendues erreurs constantes (cf. les essais de Monti di Revöira et de Reichenbach de la Société Internationale de Photogrammétrie [7] et [14])? Peut-être les résultats ultérieurs de l'essai d'Oberriet peuvent-ils déjà fournir une réponse à cette question (cf. chiffre 6 du projet d'un premier programme de calcul, par. 4.1).
- 12° Ce que nous venons de dire au numéro 11° pour les coordonnées planimétriques, s'applique également aux altitudes. L'adaptation altimétrique sur quatre ou cinq points de contrôle est encore plus incertaine et plus défavorable que l'adaptation planimétrique, puisqu'il n'existe que cinq relations d'observation pour trois inconnues (cf. [8] et chiffre 9 du projet d'un premier programme de calcul, par. 4.1). De quelle importance sont les erreurs constantes?
- 13° La perte de précision vers le bord est indépendante de la chambre de prise de vues et de l'instrument de restitution. Dans quelle mesure cela correspond-il à la théorie (cf. p. ex. [17])?
- 14° Selon les études statistiques faites par M. Möller, il n'y a pas de relation entre les erreurs planimétriques et les erreurs altimétriques. Mais eu égard aux grandes erreurs systématiques en planimétrie et en altimétrie, on devra vérifier cette constatation encore une fois par voie théorique et expérimentale.
- 15° Nous avons calculé — séparément pour les quatre chambres de prise de vues — le rapport $m_x : m_y : m_z$ pour les différentes erreurs moyennes du programme de calcul. La loi que M. Möller a trouvée empiriquement (cf. [14]) est confirmée en quelque sorte par nos mesures (écarts jusqu'à 10%), sauf pour m_z des vols 1.2 et 1.6. Mais il faudrait encore établir théoriquement la relation existant entre les erreurs moyennes pour tous les genres d'erreurs du programme de calcul.
- 16° Il y a une corrélation claire entre les erreurs absolues et les erreurs systématiques. Cette corrélation s'est manifestée pour les altitudes des prises de vues à la RMK 15/23. Elle existe dans la même mesure pour les autres chambres à film et même pour la chambre à plaques RC 7a 10/14. Elle existe également pour les coordonnées planimétriques dans tous les cas. On devrait rechercher et définir les erreurs provoquant cette corrélation et voir si les erreurs sont les mêmes pour les chambres à film et pour la chambre à plaques.
- 17° Les erreurs moyennes de coordonnées m_h des restitutions, faites à l'aide des prises de vues grand-angulaires sur film de format de 23 cm × 23 cm, varient entre 10 μ et 27 μ (moyenne de 15 μ), les erreurs altimétriques m_z se montent à 18 μ —38 μ (moyenne de 29 μ). Les erreurs moyennes m_h des restitutions, faites à l'aide des prises de vues correspondantes sur plaques au format de 14 cm × 14 cm, varient

entre 6μ et 17μ (moyenne de 10μ) et les erreurs planimétriques m_z se montent à 12μ — 22μ (moyenne de 16μ). Le rapport V_k des deux erreurs planimétriques m_k est donc 1,5 : 1, le rapport des erreurs planimétriques étant 1,8 : 1, c'est-à-dire que les erreurs planimétriques en «cm sur le terrain» sont égales dans les deux cas à la même altitude de vol. Par contre, les erreurs altimétriques dans les prises de vues sur film dépassent les erreurs résultant des prises de vues sur plaques. Eu égard à la dispersion des erreurs individuelles et à la remarque faite au numéro 5°, on devrait encore une fois répéter la comparaison de façon indépendante (cf. chiffre 4b du programme d'essai).

- 18° On n'a pas répondu à la question de savoir dans quelle mesure les différences en précision sont significatives. Pour cette raison, avant de procéder à de nouveaux essais similaires, on devrait rechercher, quel est le nombre le plus favorable en ce qui concerne les modèles, les points pour chaque modèle, les mesures à plusieurs reprises pour chaque modèle et les centres de restitution (appareils de restitution), pour obtenir, pour un nombre défini d'observations, la plus grande signification des résultats. Dans notre essai, nous avons utilisé p. ex., pour chaque vol, deux modèles avec 80 points de comparaison chacun. Chaque modèle a été mesuré trois fois indépendamment par cinq centres de restitution en moyenne pour les appareils analogiques, afin que nous disposions d'environ 2 400 observations pour chaque vol. Il y a environ 450 observations pour chaque vol aux stéréocomparateurs. Maintenant la question se pose de savoir, si la signification serait la même, si nous avions utilisé sept modèles avec sept points de comparaison chacun et si chaque modèle avait été mesuré sept fois indépendamment par sept centres de restitution où, si dans un cas extrême, un modèle avec 2 400 points n'avait été mesuré qu'une fois.

Bibliographie

- [1] *Gotthardt, E.*: Rapport sur les premiers résultats de l'essai d'«Oberriet» de la Commission C de l'OEEPE. — *Photogrammetria* XV (1958—1959), (Publ. Spéc. O.E.E.P.E., No. II), pp. 114 (français, allemand, anglais).
- [2] *Förstner, R.*: Bericht über die Tätigkeit und Ergebnisse der Kommission C der O.E.E.P.E. (1956—1960). — *Photogrammetria* XVI (1959—1960), (Spec. Congr.-Nr. C), pp. 352—357.
- [3] *Förstner, R.*: Kurzbericht über die Arbeiten in der Kommission C der OEEPE. — *Nachr. Kt.- u. Vermess.-wes.*, Sér. V, No. 2, OEEPE-Sonderveröff. (Publ. spéc.) No. 1, Frankfurt a. M. 1962, p. 31 et 32.
- [4] *Förstner, R.*: Rapport sur les travaux et les résultats de la Commission C de l'OEEPE (1960—1964). — *Publ. off.* No. 1, Frankfurt a. M. 1964, pp. 29—40.
- [5] *Stickler, A.*;
Waldhäusl, P.: Interpretation der vorläufigen Ergebnisse der Versuche der Kommission C der OEEPE aus der Sicht des Zentrums Wien. — *Österr. Z. Vermess.-wes.*, OEEPE-Sonderveröff. (Publ. spéc.), No. 3, Wien 1967, 4 pages, 9 tableaux et 2 illustrations.
- [6] *Förstner, R.*: Das Versuchsfeld Reichenbach. — *Nachr. Kt.- u. Vermess.-wes.*, Sér. Sonderhefte, OEEPE-Sonderveröff. (Publ. spéc.), No. 7 (en préparation).

- [7] *Härry, H.:* The Results of the Experiment Work Monti di Revöira 1958—1960. — Internat. Arch. Photogramm. Vol. XIII, Part 2, 1961: General Report of Commission IV, Part 2, pp. 5—22.
- [8] *Förstner, R.:* Weitere Ergebnisse aus dem internationalen Versuch Renfrew. — Nachr. Kt.- u. Vermess.-wes., Sér. I, No. 27, Frankfurt a. M. 1964, pp. 5—39.
cf. aussi:
Further results of the Renfrew International Experiment. — Canad. Surv., XVII (1963), pp. 27—35 u. pp. 60—67.
- [9] *Förstner, R.:* Der Streckenfehler bei photogrammetrischen Koordinatenmessungen. — Bildmess. u. Luftbildwes. 1955, pp. 65—75 et pp. 110—117.
- [10] *Blachut, T. J.:* Results of Experimental Plotting for 1:50,000 Maps. — Internat. Arch. Photogramm., Vol. XIII, Part 2, 1961, Report of Commission IV/3;
cf. aussi:
Canad. Surv., XV (1960), pp. 138—160.
- [11] *Lehmann, G.:* Compte rendu des travaux de la Commission C de l'O.E.E.P.E. effectués jusqu'à présent. — Photogrammetria XII (1955—1956), (Spec. Publ. O.E.E.P.E. Nr. I), pp. 141 (français, allemand, anglais).
- [12] *Stickler, A.:* Interpretation of the Results of the O.E.E.P.E. Commission C. — Photogrammetria XVI (1959—1960), pp. 8—16 (anglais, allemand).
- [13] *Dubuisson, B. L. Y.:* Rapport sur les travaux expérimentaux de levé au 1/500. — X. Internationaler Kongreß für Photogrammetrie, Lissabon, Bericht der Arbeitsgruppe IV/2. Nachr. Kt.- u. Vermess.-wes., Sér. V, No. 8, Frankfurt a. M. 1964, pp. 5—27.
- [14] *Möller, S. G.:* Report of the International Controlled Experiment Reichenbach 1962—1964. — X. Internationaler Kongreß für Photogrammetrie, Lissabon, Bericht der Arbeitsgruppe IV/1. Nachr. Kt.- u. Vermess.-wes., Sér. V, No. 10, Frankfurt a. M. 1964, pp. 5—29.
- [15] *Schwidefsky, K.:* Zur metrischen Reproduzierbarkeit von Diapositiv-Platten. — Bildmess. u. Luftbildwes., 1966, pp. 99—103.
- [16] *Lehmann, G.:* Zur Transformation photogrammetrischer Maschinenkoordinaten in Landeskoordinaten. — Z. Vermess.-wes., 81 (1956), pp. 185—194.
- [17] *Kovarík, J.:* Wird die Genauigkeit von Einzelmodellauswertungen durch die rechnerische Transformation der Maschinenkoordinaten beeinträchtigt? — Österr. Z. Vermess.-wes., 1966, pp. 146—157.
- [18] *Härry, H.:* Les essais contrôlés »Oberriet« de la Société Internationale de Photogrammétrie. — Photogrammetria XIV (1957/1958), pp. 141 (allemand, français).

Les notations les plus importantes

h_g	hauteur de vol au-dessus du sol
ϑ	rapport de base
$1 : m_b$	échelle image
$1 : m_m$	échelle modèle
$v = m_b : m_m$	rapport d'agrandissement
v_m	valeur moyenne de v
Q_m	quotient de deux valeurs v_m
m	erreur moyenne (valeur estimée ou fonction estimée)
m_k	erreur moyenne de coordonnées
m_z	erreur moyenne altimétrique
m_s	erreur moyenne de distance
m_{px}, m_{py}	erreur moyenne de parallaxes
$m_1, m_2, \dots m_8$	erreur moyenne selon le programme de calcul
$\overline{m_4}, \overline{m_8}$	erreur moyenne d'après les calculs supplémentaires
V_k, V_z	rapport de deux erreurs moyennes m_k et m_z respectivement
v_k, v_z	perte de la précision vers le bord (rapport de deux erreurs moyennes)
Q_k, Q_z	quotient de deux valeurs v_k et v_z respectivement
n	nombre d'observations
$n_a, n_b, \dots n_l$	omission de points
n_s	nombre des distances
$n_1, n_2, \dots n_8$	nombre des valeurs de comparaison pour les différents chiffres du programme de calcul
n_P	nombre des points de contrôle
n_V	nombre des points de comparaison
u	nombre des inconnues
N	nombre des restitutions
$q \triangleq x, y, z$	coordonnées
$dq, \Delta q$	différences des coordonnées
m_q	erreur moyenne de coordonnées (valeurs estimées et fonctions estimées respectivement)
v_q	corrections des coordonnées
M	précision de mesure selon chiffre 1 du programme de calcul
E	précision d'adaptation selon chiffre 2 du programme de calcul
A	précision absolue selon chiffre 3 du programme de calcul

R	erreur relative selon chiffre 4 du programme de calcul
D	précision des distances selon chiffre 5 du programme de calcul
S	erreur systématique selon chiffre 8 du programme de calcul
R+	erreur relative d'après des calculs supplémentaires
S+	erreur systématique d'après des calculs supplémentaires

Liste des tableaux

(Les tableaux sont imprimés dans la partie II)

	Vue générale sur les tableaux comprenant les documents et l'analyse (tableaux 10 à 59)
1	Données des vols photographiques
2	Qualité de la visibilité des signaux en %
3	Centres de restitution et répartition des restitutions sur les différents vols
4	Longueurs moyennes des distances s en »m sur le terrain« (par groupes)
5	Longueurs moyennes des distances s (par échelles images)
6	Liste des points et des distances (appareils analogiques)
7	Liste des points et des distances (stéréocomparateurs)
8	Liste des points et des distances (résumé par vols)
9	Omissions de points et de distances en %
10 — M 01	Précision de mesure selon chiffre 1 du programme de calcul (appareils analogiques). Erreur moyenne de la moyenne de deux mesures en » μ dans le cliché«
11 — M 02	Précision de mesure selon chiffre 1 du programme de calcul (stéréocomparateurs). Erreur moyenne de la moyenne de deux mesures en » μ dans le cliché«
12 — M 03	Précision de mesure selon chiffre 1 du programme de calcul (appareils analogiques). Résumé par vols
13 — E 01	Précision d'adaptation selon chiffre 2 du programme de calcul (appareils analogiques). Erreurs moyennes de mise en place en » μ dans le cliché«
14 — E 02	Précision d'adaptation selon chiffre 2 du programme de calcul (stéréocomparateurs). Erreurs moyennes de mise en place en » μ dans le cliché«
15 — E 03	Précision d'adaptation selon chiffre 2 du programme de calcul. Résumé par vols
16 — A 01	Précision absolue selon chiffre 3 du programme de calcul (appareils analogiques). Erreurs moyennes absolues en » μ dans le cliché«, pour l'ensemble de points à l'intérieur, de points à l'extérieur, et de points au bord
17 — A 02	Précision absolue selon chiffre 3 du programme de calcul (stéréocomparateurs). Erreurs moyennes absolues en » μ dans le cliché«, pour l'ensemble de points à l'intérieur, de points à l'extérieur, et de points au bord

- 18 — A 03 Précision absolue selon chiffre 3 du programme de calcul. Résumé par vols
- 19 — A 11 Précision absolue selon chiffre 3 du programme de calcul (appareils analogiques). Erreurs moyennes absolues en » μ dans le cliché«, séparément par groupes de points
- 20 — A 12 Précision absolue selon chiffre 3 du programme de calcul (stéréocomparateurs). Erreurs moyennes absolues en » μ dans le cliché«, séparément par groupes de points
- 21 — A 13 Précision absolue selon chiffre 3 du programme de calcul. Erreurs moyennes absolues en » μ dans le cliché«. Résumé par vols, mais séparément par groupes de points
- 22 — R 01 Erreurs relatives selon chiffre 4 du programme de calcul (appareils analogiques). Erreurs moyennes relatives en » μ dans le cliché«
- 23 — R 02 Erreurs relatives selon chiffre 4 du programme de calcul (Stéréocomparateur 1818). Erreurs moyennes relatives en » μ dans le cliché«
- 24 — R 03 Erreurs relatives selon chiffre 4 du programme de calcul. Résumé par vols
- 25 — R 11 Erreurs relatives selon chiffre 4 du programme de calcul (appareils analogiques). Erreurs moyennes relatives en » μ dans le cliché«, séparément par groupes de points
- 26 — R 12 Erreurs relatives selon chiffre 4 du programme de calcul (Stéréocomparateur 1818). Erreurs moyennes relatives en » μ dans le cliché«, séparément par groupes de points
- 27 — R 13 Erreurs relatives selon chiffre 4 du programme de calcul. Erreurs moyennes relatives en » μ dans le cliché«. Résumé par vols, mais séparément par groupes de points
- 28 — D 01 Précision des distances selon chiffre 5 du programme de calcul (appareils analogiques). Erreurs moyennes des distances en » μ dans le cliché«
- 29 — D 02 Précision des distances selon chiffre 5 du programme de calcul (stéréocomparateurs). Erreurs moyennes des distances en » μ dans le cliché«
- 30 — D 03 Précision des distances selon chiffre 5 du programme de calcul. Résumé par vols
- 31 — S 01 Erreurs systématiques selon chiffre 8 du programme de calcul (appareils analogiques). Moyenne quadratique des erreurs en » μ dans le cliché«, pour l'ensemble de points à l'intérieur, de points à l'extérieur, et de points au bord
- 32 — S 02 Erreurs systématiques selon chiffre 8 du programme de calcul (Stéréocomparateur 1818). Moyenne quadratique des erreurs en » μ dans le cliché«, pour l'ensemble de points à l'intérieur, de points à l'extérieur, et de points au bord
- 33 — S 03 Erreurs systématiques selon chiffre 8 du programme de calcul. Résumé par vols
- 34 — S 11 Erreurs systématiques selon chiffre 8 du programme de calcul (appareils analogiques). Moyenne quadratique des erreurs en » μ dans le cliché«, séparément par groupes de points

- 35 — S 12 Erreurs systématiques selon chiffre 8 du programme de calcul (Stéréocomparateur 1818). Moyenne quadratique des erreurs en » μ dans le cliché«, séparément par groupes de points
- 36 — S 13 Erreurs systématiques selon chiffre 8 du programme de calcul. Moyenne quadratique des erreurs en » μ dans le cliché«. Résumé par vols, mais séparément par groupes de points
- 37 — S+ 01 Erreurs systématiques résultant des moyennes des coordonnées de toutes les restitutions d'un vol (appareils analogiques). Moyenne quadratique des erreurs en » μ dans le cliché«, pour l'ensemble de points à l'intérieur, de points à l'extérieur, et de points au bord
- 38 — S+ 03 Erreurs systématiques résultant des moyennes des coordonnées de toutes les restitutions d'un vol (appareils analogiques). Résumé par vols
- 39 — S+ 13 Erreurs systématiques résultant des moyennes des coordonnées de toutes les restitutions d'un vol (appareils analogiques). Moyenne quadratique des erreurs en » μ dans le cliché«, séparément par groupes de points
- 40 — R+ 01 Erreurs relatives résultant des écarts des moyennes des coordonnées de toutes les restitutions d'un vol (appareils analogiques). Erreurs moyennes relatives en » μ dans le cliché«, pour l'ensemble de points à l'intérieur, de points à l'extérieur, et de points au bord
- 41 — R+ 03 Erreurs relatives résultant des écarts des moyennes des coordonnées de toutes les restitutions d'un vol (appareils analogiques). Résumé par vols
- 42 — R+ 13 Erreurs relatives résultant des écarts des moyennes des coordonnées de toutes les restitutions d'un vol (appareils analogiques). Erreurs moyennes relatives en » μ dans le cliché«, séparément par groupes de points
- 43 — M 04 Précision de mesure selon chiffre 1 du programme de calcul (appareils analogiques). Erreur moyenne de la moyenne de deux mesures. Résumé des résultats
- 44 — M 05 Précision de mesure selon chiffre 1 du programme de calcul (stéréocomparateurs). Erreur moyenne de la moyenne de deux mesures en » μ dans le cliché«. Résumé des résultats
- 45 — E 04 Précision d'adaptation selon chiffre 2 du programme de calcul (appareils analogiques). Résumé des résultats
- 46 — E 05 Précision d'adaptation selon chiffre 2 du programme de calcul (stéréocomparateurs). Résumé des résultats
- 47 — A 04 Précision absolue selon chiffre 3 du programme de calcul (appareils analogiques). Résumé des résultats
- 48 — A 05 Précision absolue selon chiffre 3 du programme de calcul (stéréocomparateurs). Résumé des résultats
- 49 — A 14 Précision absolue selon chiffre 3 du programme de calcul. Erreurs moyennes absolues en » μ dans le cliché«, séparément par groupes de points et perte de précision vers le bord. Résumé des résultats
- 50 — R 04 Erreurs relatives selon chiffre 4 du programme de calcul (appareils analogiques). Résumé des résultats

- 51 — R+ 04 Erreurs relatives résultant des écarts des moyennes des coordonnées de toutes les restitutions d'un vol (appareils analogiques). Résumé des résultats
- 52 — R 14 Erreurs relatives selon chiffre 4 du programme de calcul. Erreurs moyennes relatives en μ dans le cliché, séparément par groupes de points et perte de précision vers le bord. Résumé des résultats
- 53 — R+ 14 Erreurs relatives résultant des écarts des moyennes des coordonnées de toutes les restitution d'un vol (appareils analogiques). Erreurs moyennes relatives en μ dans le cliché, séparément par groupes de points et perte de précision vers le bord. Résumé des résultats
- 54 — D 04 Précision des distances selon chiffre 5 du programme de calcul (appareils analogiques). Résumé des résultats
- 55 — D 05 Précision des distances selon chiffre 5 du programme de calcul (stéréocomparateurs). Résumé des résultats
- 56 — S 04 Erreurs systématiques selon chiffre 8 du programme de calcul (appareils analogiques). Résumé des résultats
- 57 — S+ 04 Erreurs systématiques résultant des moyennes des coordonnées de toutes les restitutions d'un vol (appareils analogiques). Résumé des résultats
- 58 — S 14 Erreurs systématiques selon chiffre 8 du programme de calcul. Moyenne quadratique des erreurs en μ dans le cliché, séparément par groupes de points et perte de précision vers le bord. Résumé des résultats
- 59 — S+ 14 Erreurs systématiques résultant des moyennes des coordonnées de toutes les restitutions d'un vol (appareils analogiques). Moyenne quadratique des erreurs en μ dans le cliché, séparément par groupes de points et perte de précision vers le bord. Résumé des résultats
- 60 Résumé de quelques erreurs moyennes
- 61 Résumé des rapports V_h et V_z de quelques erreurs moyennes
- 62 Valeurs de V de quelques erreurs moyennes en μ dans le cliché, séparément par appareils de restitution
- 63 Résumé des valeurs v_h et v_z de la perte de précision vers le bord
- 64 Valeurs de Q de la perte de précision vers le bord, séparément par appareils de restitution
- 65 Erreurs moyennes en μ dans le cliché résultant de quelques essais internationaux

The Accuracy of Photogrammetric Co-ordinate Measurements in Mountainous Terrain

Report on the Results of the Reichenbach Test of Commission C of the OEEPE

(with 9 figures, 65 tables)

By Rudolf Förstner, Frankfurt a. M.

1. The Reichenbach Test Field

1.1. Introduction

After the Congress of the International Society for Photogrammetry in Stockholm, the Steering Committee discussed new equipment and techniques, especially those which could be significant for current and future tests of the OEEPE. Cameras (convergent and super-wide-angle cameras) and restitution instruments (stereocomparators) received much attention. For the new program, either existing photomaterial was to be used or a new test field to be prepared. This, unlike Oberriet [1], should be hilly or even mountainous, to gain experience when height differences as well as cameras and restitution instruments, would have an effect on the accuracy. Moreover signalization in such terrain is more difficult, and thus it leads to an additional source of errors.

Along with Austria and Switzerland, West Germany had been invited to look for a suitable test field for the OEEPE. The then president of Commission C, Professor *Gotthardt*, furthered the above suggestion to the Steering Committee to the Commission. In the spring of 1957, the Steering Committee once more defined the work programs. Furthermore the president presented a preliminary program for additional tests. The new test area should be flown over with several cameras, viz. with a normal-angle camera (film), with a convergent camera (film) and with two wide-angle cameras (film and plates). Experience then indicated scales between 1:6,000 and 1:9,000 for the photographs. Since photography with the plate camera should not require more effort in flying and control point determination than that with the film cameras, photographs from the same flight heights were originally considered. With the largest scale flights at least 80 check points should be available in each model. Therefore, the area should measure about 1.8 km $\times$ 2.7 km and contain about 600 check points. The preliminary program was changed, partly due to requests from the members of Commission C and partly to the result of meetings of the chairmen of the various commissions. This co-operation with other commissions was essential, since at the same time a test area was also to be prepared for Commission B and possibly for Commission A. After long negotiations an area in Southern Germany in the Swabian Alb was chosen. The "Reichenbach" area is situated about 8 km west of Geislingen an der Steige and measures about 3 km $\times$ 3 km. The terrain at first rises gradually from the valleys which are about 480 m above sea level. The lower forest boundary is at about 580 m, and from there steepness increases rapidly with slopes up to 30°. The edge of the plateau is also the upper forest boundary and is about 720 m high. About 3% of the total area is occupied by buildings, about 12% by forests, and the remainder is agricultural and waste land.

Professor *Gotthardt* had discussed signalization with the State Survey headquarters of Baden-Wuerttemberg and the appropriate survey office. The Institut für Angewandte Geodäsie dealt with further negotiations and undertook to supply the geodetic work and the signalization for the test field. The local survey authorities promised all possible co-operation. The State Ministry of the Interior of Baden-Wuerttemberg and the State Survey Office generously supported the project, especially by providing survey documents such as maps, and lists of co-ordinates and elevations.

Several reports on the special work of Commission C have already appeared ([2], [3], [4], and [5]). For a general review, the tasks and results will be summarized again. The arrangements for the test area will be discussed in detail in [6].

Before the start of field-work, it was known that the area would probably be flown with the followings cameras:

- normal-angle camera : RMK 21/18
- wide-angle camera : RMK 15/23
- convergent camera : $2 \times$ RMK 21/18
- wide-angle camera : RC 7a 10/14

Since interest had shifted partly toward smaller scales, scales of 1 : 8,000 and 1 : 12,000 were proposed. At least two models should be available from each flight. Consequently the length of the area was determined by the convergent photographs and the width by the wide-angle photographs 15/23. In each model there should be at least 50 check points. The smallest models would be produced when using the plate camera RC 7a 10/14 at 1 : 8,000 scale. The density of points is about one point per hectare. The widest models would be produced by the RMK 15/23 at a scale of 1 : 12,000. With 90 points per model a density of one point per 3 hectares was obtained. For the areas to be photographed with the RMK 21/18 and the $2 \times$ RMK 21/18 cameras, a uniform density of one point per 1.5 ha was proposed. The co-ordinates of the check points should be determined with a root mean square error (standard deviation) of less than 2 cm.

1.2. Geodetic Base Data

The existing trigonometric network of the state survey dates back to 1906. On the average there are three points per 2 km². The State Survey Office estimates the mean planimetric error to be $m_p = 0.05$ m which for our test is too large. Therefore a new network was laid over the whole area. This contained 109 points, 31 being trigonometric points of the state survey. Two further points were later established in this inserted network by traverses. The terrain presented some difficulty, as the forest areas were virtually inaccessible. The network consists almost entirely of complete quadrangles. All points were secured locally, to some extent using available boundary stones of the cadastral survey.

Starting from these inserted net points, another 500 "minor" points were determined trigonometrically. Each point was to have at least four independent positioning elements. Several points in the urban areas had to be surveyed by traversing.

The inserted network was adjusted according to the variation of co-ordinates (standard problem II), without external constraints. By means of a linear conformal transformation, the provisional co-ordinates of the 33 trigonometric points were transformed to co-ordinates in the State Survey system, or, in other words, scale and orientation of our geodetic network were adjusted to that of the state.

The "minor" points were divided into groups according to their method of determination. A precise adjustment of the individual "minor" points was dispensed with, and the forward intersections were computed in all useful combinations. Finally a check was made to ensure that all observations had been used. Where distance measurements were available, the calculations had to be supplemented. Frequently the intersecting lines were plotted graphically, so that in practice an adjustment of the measurements was effected.

Elevations presented fewer problems. A loop of the new first-order levelling network runs across the area and the state levelling network had already been densified to the third order. From the existing bench marks, the elevations were transferred with a Ni2 to 16 points of the inserted network. These heights are practically free from errors. On the other hand, the elevation within the inserted network were determined trigonometrically. Vertical angles up to 35° occurred. The elevations of the "minor" points were also determined trigonometrically. Special care was taken in measuring heights of instrument and target.

The level network was adjusted simultaneously according to the variation of co-ordinates closing, however, on the 16 levelled heights. Distances were taken from the planimetric adjustment. In computing the elevations of the "minor" points, a precise adjustment was deemed unnecessary; therefore these heights were determined, starting from the elevations of the inserted network points, and finally checked, taking care that all relevant data had been used. During a thorough final control, each point was classified according to its geodetic method of determination.

A measure for estimating the accuracy of the terrestrially determined co-ordinates was sought. Following exhaustive investigations, it can be assumed that the r.m.s. co-ordinate error m_k as well as the r.m.s. height error m_h amount to about 1.6 cm (estimated value). Therefore the condition of having a r.m.s. error (standard deviation) smaller than 2 cm has been fulfilled. For details refer to the extensive report on the test field (vide [6]). For the photogrammetric work, only the signalized points were of interest to us. In order to simplify numbering, the "geodetic" numbers of these points were later changed into "photogrammetric" numbers. At the same time, the "System Reichenbach" was introduced for the co-ordinates. The axis of this system runs nearly parallel to the direction of flight, and its origin is such that all co-ordinates are positive. The field-work in the test area of Reichenbach began in the autumn of 1958, the co-ordinates being ready in the spring of 1960.

1.3. Photographic Fundamentals (Signalization)

Normally the size of the signal is adapted to the photo-scale. Flights with scales of 1:8,000 and 1:12,000 were planned. Since the signals could not be altered between flights, an average signal size was agreed upon and square metal plates of 25 cm × 25 cm were used for both scales. The signals were painted white on the upper surface. Additional marks, the so-called "identification aids" (fig. 1), prevented confusion with boundary stones or such like. Usually these were metal bands of a size of 0.12 m × 0.80 m or 0.10 m × 1.00 m, also sprayed with white paint. For each point, from one to three of such bands were arranged at a distance of 1.0 m from the centre. Some points initially received plaster of Paris rings with a diameter of 1.5 m and a width of 0.10 m to 0.12 m. Since these rings weathered away in the course of time, they were replaced with metal strips. Signalization was continuously checked. A final check was made when the signals were being collected after the flight. Between 13th and 26th of April 1959, the area

was photographed using four different cameras. The photographs of six flights of Commission C are also used for the flights of Commission B. Some particulars and technical data concerning the flights are listed in table 1.

2. Test Program

2.1. The Tasks

From the start the test area was designed for determining the influence of hilly or mountainous terrain on the accuracy of the photogrammetric restitution. Whenever possible the results obtained from Oberriet were to be used for comparison. *Gotthardt*, in June 1957, proposed further tasks, viz. the results of the following photographs should be compared:

- photo-scale of 1 : 8,000 with photo-scale 1 : 12,000
- film with glass plate
- normal-angle with wide-angle photographs
- vertical with convergent photographs.

After completion of the field-work and the flights, the tasks were discussed in detail, taking the available material into account, and agreed upon at a meeting of Commission C in November 1959. The following questions remained to be clarified:

- 1) Which point accuracy (planimetry and elevation) is obtainable with different photo-scales and flight conditions?
- 2) Which distance accuracy is obtained in each case?

Moreover by these tests the following problems were to be solved or clarified:

- 3) Accuracy of photographs with different photo-scales.
- 4) Comparison of the accuracy of film and plate photographs,
 - a) with equal photo-scale,

- b) with equal coverage of the area, for instance plates 14 cm $\times$ 14 cm with a photo-scale of 1 : 12,000, compared with film 23 cm $\times$ 23 cm with a photo-scale of 1 : 8,000.
- 5) Comparison of the accuracy of normal-angle convergent photographs with normal-angle vertical photographs.
 - 6) Comparison of the accuracy of normal-angle convergent photographs with wide-angle vertical photographs.
 - 7) Comparison of the accuracy of normal-angle photographs with wide-angle photographs, both vertical.

To solve each of these additional problems (3 to 7), the combined restitution of two different flight strips was required. At the same time, this will provide data for solving the first two fundamental problems. Table 1 shows the possible combinations.

The Steering Committee had requested the restitution centres also to measure parallaxes in each model, such as *Hallert* had suggested on different occasions. Since Commission F, however, was not interested in these parallax measurements, and since residual parallaxes are automatically recorded with analytical methods, such measurements were not considered necessary with the analogue instruments (vide section 3.2). The tasks were later enlarged in a different way (vide section 6).

2.2. Selection of Photographs

The commission discussed how many stereograms of each flight should be measured and how often the measurements for each stereogram should be repeated. From the experience gained in Oberriet, it seemed advisable to reduce the number of stereograms and, therefore, to repeat the measurements for each stereogram. In addition, practical viewpoints had to be considered; the program as a whole had to be kept within limits. The commission decided to choose two models from each flight; each model was to be oriented three times independently, and two sets of measurements were to be carried out.

2.3. Duties of the "Pilot Centre"

Based on the experience of the OEEPE, it was deemed necessary to check the material required by the restitution centres thoroughly and independently. The control points, for instance, should have been correctly determined terrestrially as well as properly signalized in the terrain. Moreover, identification in the photographs should not present difficulties. Control points and check points, therefore, should be measured in advance by one restitution centre, the "Pilot Centre". An advantage of this method is that, together with the co-ordinates, the other data for the restitution centres such as point numbers, point descriptions with the type of signalization, etc., will be checked (vide section 3.1). The ITC in Delft must be thanked for accepting this task. Contrary to the original plan, the restitution centre at Delft and the president agreed to measure not only the control points and the chosen check points in the sixteen models, but also all the signalized points. Based on these measurements, the Institut für Angewandte Geodäsie later could evaluate the image quality and could check the terrestrial co-ordinates, as well as the signalization, for gross errors. Besides the glass diapositives and paper prints, the restitution centre at Delft also received a mosaic at 1 : 5,000, a plan at 1 : 5,000 showing the check points, and the points descriptions with type of signalization. The photographs were restituted in a Precision-Stereocomparator STK 1. After all mea-

surements were available, the points for the individual models were grouped according to their visibility. This grouping thus was based on the subjective judgment of the operator while observing, in a stereocomparator, 1052 points in photographs at 1 : 8,000 scale, and 1998 points in photographs at 1 : 12,000 scale. Table 2 shows the result of all sixteen models. If the points of group 3 are disregarded, then, about 3.5% of the points are only "moderately" visible in the photographs at 1 : 8,000 scale, whereas 16% of the points are "moderately" visible at 1 : 12,000 scale. (This percentage is somewhat higher for flight 1.7, but a little lower for flight 1.8.)

Although only preliminary co-ordinates of the check points were available for the "Pilot Centre", the results of the comparator measurements greatly facilitated the final check of the terrestrially determined co-ordinates. The photographs of flights 1.2 and 1.6 show larger parallaxes. However, it was decided not to exclude these photographs from the test. The Institut für Angewandte Geodäsie thoroughly checked the co-ordinates and the other data for the restitution centres, i. e. the numbers in the mosaic and in the point index, the indications of the signalization in the mosaic and the information given in the point descriptions.

2.4. Selection of the Control and Check Points

Since the results of the test were important for choosing the control and check points, the results have been compiled in a special list. For each point this list contains:

- the classification corresponding to the geodetic survey method (vide section 1.2),
- the quality of the visibility of the signals according to the informations of the "Pilot Centre",
- the classification of the signalization. On the one hand there is a distinction between "flat" and "non-flat" terrain, on the other hand between signals which are "flush" and "non-flush" with the ground.

For each model, five control points were chosen, one in each corner and one point in the centre. These points should meet the following conditions:

- geodetically they should be without gross errors and well determined;
- they must be visible on the photographs;
- they should not be situated in the marginal zones of the models (within about 3% of the side of the photograph from the edges of the model);
- points in flat terrain with signals that are flush with the ground are preferable;
- in areas common to both models of a flight, the same control points should be used in each model;
- the total number of control points should be limited.

It was not always possible to meet all these requirements. Of the total of 44 control points, there were eleven points suitable for two, two points suitable for four, and one point even suitable for five flights.

The selection of the check points was considerably easier. The commission had decided that each model should have 80 points. For the larger scales, especially using plate photographs, this number was not quite reached (vide table 6). The rules for choosing the check points were:

- the points should be distributed evenly across the model and not only within the control point frame;
- points chosen as control points may be used as check points for other flights;

- points which geodetically could be checked only partially or not at all, should be avoided — if possible — as check points;
- on principle, the quality of visibility of signals would not be taken into account;
- some larger deviations between the terrestrially determined co-ordinates and the provisional photogrammetric co-ordinates, which had been computed by the "Pilot Centre", would not be taken into account.

Also here all requirements and wishes could not always be complied with. The planimetric co-ordinates of nearly 7.5% and the heights of 5% of all check points (control points not included) had geodetically not been checked sufficiently. The fourth requirement was particularly important. For this reason the distribution of check points over the three visibility classifications (vide table 2) was calculated on a percentage basis. Several points, which at first had not been measured and for this reason placed in group 3, are visible on the photographs. They should therefore be distributed over the other groups. A comparison of the percentages of table 2 shows that the distribution of the chosen check points over groups 1 and 2 corresponds with the distribution of all points.

For each stereogram an index was prepared showing the control points (with their co-ordinates) and the check points to be measured. For these check points it was indicated whether they were situated inside or outside the control point frame or in the marginal zone of the model (fig. 2). A few points were marked as "special points" due to their unusual signalization. With a longitudinal overlap of 60% and a lateral overlap of 30%, about 50% of all points should be outside the control point frame, and of these about 25% in the marginal zone. With convergent photographs the proportions are similar. Actually only about 40% of all points were outside the control point frame.

The investigation of all data was completed in April 1961.

3. Measurements

3.1. General Rules for the Restitution Centres

The restitution centres which had agreed to work for Commission C, had to pay attention to the following "general rules":

- 1) If a restitution centre agrees to co-operate, a detailed description of their contribution as planned should be sent to the president and to Executive Bureau. The president is entitled to determine the sequence of work to ensure a smooth flow.

Moreover the president can propose particular studies and tests for the individual restitution centres.

- 2) When ordering material, every restitution centre is to receive:
 - one set of diapositives,
 - one set of paper prints,
 - one index of the control points with their co-ordinates, to be used in each stereogram, and the numbers of points to be observed in a prescribed sequence,
 - one map (reduction of the cadastral maps showing property boundaries) at a scale of 1 : 5,000 on which the numbered control and check points are plotted,
 - one set of point descriptions (position sketches as well as information on the type of signalization and the additional identification aids, as far as these are necessary),
 - distortion curves and calibration data of the survey cameras.
- 3) After completing the measurement of each strip, each restitution centre should deliver a copy of these measurements to the president. In order to keep the restitution uniform, i. e. with ascending point numbers, the following sequence should be adhered to, if possible: point number, x , y , z . The president is responsible for seeing that all restitutions are complete and distinct. If necessary, he should make suggestions for correcting or completing the restitutions. For this the easiest method should be chosen.

After checking, the president should send the copy to the Executive Bureau where it will be retained until required for further computations.
- 4) The co-ordinates of the check points should be disclosed to the participating restitution centres only on delivery of the restitution documents together with the transformed co-ordinates.
- 5) If a restitution centre deems it useful or necessary to change a rule, it may propose the change to the president of the commission prior to commencement of work.

3.2. Rules for the Measurements

Some of the materials (vide section 3.1, no. 2 of the general rules) had been received by the restitution centres already in May 1960. The mosaic, the general map 1 : 5,000, and the point descriptions had still to be checked. Therefore the Institut für Angewandte Geodäsie despatched a new mosaic, a new plan, and also supplementary sheets for the point descriptions in April 1961. By this time some experience had been gained when the measurements were being done by the "Pilot Centre", and therefore the president drew the attention of the restitution centres to the following particulars:

- While the flying was being carried out during the tillage, some signals had been destroyed and had to be replaced. Therefore the identification aids to some extent had different patterns for different flight. However, on the mosaic and on the 1 : 5,000 general map only one of these signalization types could be shown, so that occasionally there was a discrepancy between mosaic and photograph.
- Sometimes the point descriptions contained two signal types, of which only one was valid for the flights of Commission C (the other one being valid for the flights of Commission B).
- When the signals were flush with the ground, i. e. directly on boundary stones, stakes or pipes, then the point description included a schematic sketch showing horizontal terrain. However, often this sketch was not exactly in accordance with the actual topography.

- The terrestrial elevations of all control and check points referred to the upper surface of the signals. During measuring, special care should be taken either that the elevation of the signal plate is taken and not the elevation of the surrounding terrain, or that the difference in level between terrain and signal are taken into account.
- The "Pilot Centre" had measured all points, yet despite this, point confusions occurred. The likelihood of such point confusions had increased because only 80 points were to be measured in each model. The restitution centres were asked to pay particular attention to this source of error (with success, as was established later).

In the Reichenbach test area, each point was marked with a signal and with one or several additional strips as identification aids. If the signals or strips were completely or partially obscured, then it was possible that, instead of the actual signal, one of the additional strips would be measured. Unfortunately the president was unable to point out this source of error to the restitution centres prior to the measurements, since he discovered this only during the evaluation of the computation results. Later some points had to be discarded because of such gross errors.

Further technical details had been laid down previously by the commission in special "rules for the measurements":

- 1) Each restitution centre has to work out at least two tests which should correspond to the proposed combinations. Each test should cover two models of a strip, and each model had to be oriented three times independently (including inner orientation) and to be restituted.

The effect of the distortion of the survey camera had to be eliminated, as far as possible, by using compensation plates or such like.

- 2) The method of relative and absolute orientation was left to choice. For absolute orientation, five control points were given for each stereogram. No other points might be used for this purpose, not even if their co-ordinates were known. The final orientation data had to be recorded.
- 3) All co-ordinates had to be measured in two independent series, so that the two measurements of a point do not immediately follow each other.
- 4) After measuring the signalized points, the parallaxes should be measured in 15 areas in the stereogram, and in 25 areas for convergent photographs (fig. 3). Points 15 and 95 are the nadir points of both photographs.
- 5) If possible, measurements of the vertical parallaxes had to be carried out stereoscopically (Dove prisms). Setting should be on two image details in the immediate vicinity of the ideal points. In principle non-signalized points should be used. The vertical parallaxes were also to be measured in two separate series. All readings should be entered in measurement records.
- 6) If possible, parallaxes had to be measured with *by*; it was considered that it might be advantageous to determine the shift with the help of special dial indicators. In case of instruments without *by*-shift, ω rotations could be used. In this case it was always considered advisable to use dial indicators for improving the accuracy. The data required for calculating the vertical parallaxes from the measurements in ω had to be recorded.

The initial settings of the orientation control used for the parallax settings had to be entered at the top of the measuring records.

7) In a final report the following declarations had to be made:

- restituted photo material, flight, photo-scale,
- restitution instruments used, compensation plates, model scale,
- methods of relative and absolute orientation,
- position of the base carriages (base in or base out),
- description of the work process, time required, additional remarks on air-conditioning, operator and his practical experience, diapositive printing, instrument adjustment, film shrinkage, residual parallaxes.

8) The measurements of the restitution centres had to be completed by 15th October 1961.

The Steering Committee had approved these rules, which were made available to each restitution centre. Although Commission F was not interested in the parallax measurements, the regulations in question were kept in the rules. Since the comparator measurements indirectly yield residual parallaxes, the accuracy of the orientations could be compared if parallax measurements were made in the classical stereo-restitution instruments. Moreover indications of systematic errors might be obtained.

3.3. Measuring Results

16 restitution centres took part in the restitution with the following instruments:

- Zeiss Stereoplanigraph C8
- Wild Autograph A7
- Zeiss Precision-Stereocomparator PSK
- Wild Precision-Stereocomparator STK 1
- Jena Stereocomparator 1818.

Two restitution centres restituted part of the photographs twice independently; one of them with two different operators, the other with two different instruments. Another restitution centre used different instruments for photographs from different flights. These restitutions were given a special number (vide table 3). Two other centres had the two cycles measured by two different operators. Later we shall revert to this. Further two centres had each model measured by a different operator. For the measurement of flights 1.4 and 1.8 in the Stereoplanigraph C8 (restitution 1) the original photographs had been transformed to a substitute focal length of 115 mm, using the Reductor precision transformation printer.

An even distribution of the tests over the 8 flights was aimed for. Some restitution centres, however, had later retracted, restricted or extended their promises. This did not so much impair the overall participation as the initially available even distribution. The final distribution of the restitutions of the individual flights can be seen from table 3. According to this, the measurements of 59 tests are available, however, for the analogue instruments, the number of tests for the individual flights ranges between three and eight. Since, for restitutions 6 and 12, the stereograms in the comparator were measured only once, the observation material comprises the measuring results from a total of 290 stereograms.

The restitution centre at Hannover had made a new classification of the signals, according to their visibility, into four groups. It is therefore possible to calculate again the percentages of the quality groups with respect to visibility. If, on the one hand, those points which could be described as having "good" and "fair" setting possibilities are grouped together and, on the other hand, the points classified as "difficult" and "points not measured due to inferior visibility or doubtful setting" are grouped together, then the distribution conforms almost to that of the "Pilot Centre" (vide table 2).

The date for completing the measurements had been fixed somewhat optimistically, but one restitution centre had already delivered its measurements in June 1961. In the middle of October 1961, already 31 tests had been concluded and six were still in progress; yet it took another year to complete the remaining measurements.

4. Computations

4.1. The Computing Program

Together with the "rules for the measurements (vide section 3.2), the restitution centres received the following "rules for the computations":

- 1) The planimetric co-ordinates in the machine system are to be transformed into the "System Reichenbach" with the aid of the five control points by a linear, conformal transformation (Helmert transformation).

Likewise the heights are to be transformed linearly with the aid of the five control points (improvement of levelling).

The results should be entered in the co-ordinate index in ascending numerical order and in the sequence: point number, x , y , z (later also d_x , d_y , d_z).

- 2) In addition to supplying transformed planimetric co-ordinates and elevations, the restitution centres must present the transformation parameters used for the transformation calculations.

It was left to the restitution centres whether they transformed both series of measurements individually, leaving the transformed co-ordinates to be averaged later, or whether the machine co-ordinates were averaged prior to transformation.

The questions connected with the analysis of the measuring results were still deferred. In October 1961, the president presented to the members of the commission and to the participating restitution centres "the draft of a computing program" which contained ten points. The following questions were raised: To what extent can the program be maintained? How far will the individual centres undertake the computation themselves? Which computations should be taken over by a central computation centre? In May 1962, the draft was presented to the Steering Committee which basically agreed with the program.

After the restitution centres had replied, the commission discussed the program in detail in October 1962. The result was the "First Computing Program (Test Area Reichenbach)", drawn up by the president in accordance with the alterations desired by the commission and published in a circular in December. From the original draft, point 5 was partially held over and points 6, 7, 9, and 10 were completely postponed. (Hence in the following, "root mean square errors" (r.m.s.) will always indicate "estimated values" in a statistical sense. By this a general view of e.g. the accuracy of the measurements is obtained).

The first program therefore contains the following error computations only:

1) Measuring accuracy M

From the differences d_x, d_y, d_z from series 1 and 2, the r.m.s. errors m_x, m_y, m_z have to be calculated (r.m.s. co-ordinate errors from double measurements).
Formula:

$$m_{q_1} = \sqrt{\frac{[d_q^2]}{4n}}, \quad (1)$$

$q = x, y, z$

$n =$ number of the points (differences)

$m_{q1} =$ r.m.s. measuring error of the mean of two series

Should, for the two series, the points be approached from different sides, then the systematic parts of the errors have to be eliminated beforehand.

Formula:

$$[d_q'^2] = [d_q^2] - \frac{[d_q]^2}{n}. \quad (2)$$

If a restitution centre is unable to compute the differences of all three independent measurements, then at least the differences between the first measurement of the two stereograms of each flight should be computed.

2) Fitting accuracy E

With the aid of the given co-ordinates of the five control points of each model, the machine co-ordinates are transformed into the "System Reichenbach" either:

- a) separately for planimetry and height. The planimetry according to Helmert (linear conformal transformation) and the heights by rotation of the model about two axes and a parallel shift; or
- b) spatially transforming planimetry and height simultaneously by a linear conformal transformation for which planimetric co-ordinates and vertical co-ordinates could have different weights.

From the differences between the terrestrial co-ordinates and the transformed photogrammetric co-ordinates of the five control points, the r.m.s. errors are to be computed, separately for x , y , and z .

Formulae for the adjustment according to 2a:

$$m_{k_2} = \sqrt{\frac{[v_x^2] + [v_y^2]}{n - u}} ; \quad m_{q_2} = \sqrt{\frac{2[v_q^2]}{n - u}} , \quad (3)$$

m_k = r.m.s. co-ordinate error

q = x, y

n = 10 = number of error equations

u = 4 = number of unknowns

$$m_{z_2} = \sqrt{\frac{[v_z^2]}{n - u}} , \quad (4)$$

n = 5 = number of error equations

u = 3 = number of unknowns

Formulae for adjustment according to 2b:

$$m_{k_2} = \sqrt{\frac{[pv^2]}{n - u}} ; \quad m_{q_2} = \sqrt{\frac{3[v_q^2]}{n - u}} , \quad (5)$$

n = 15 = number of error equations

u = 7 = number of unknowns.

3) Absolute accuracy A

With the transformation formulae determined in item 2, the measured photogrammetric co-ordinates of the check points are transformed. From the differences between the transformed photogrammetric co-ordinates and the terrestrial co-ordinates of all measured check points, the r.m.s. errors are computed (vide fig. 4a), separately for co-ordinates x , y , and z of the following point groups (vide section 2.4).

- (I) = points within the frame of control points
- (A) = points outside the frame of control points
- (R) = marginal points
- (S) = special points.

Formula:

$$m_{q_3} = \sqrt{\frac{[v_q^2]}{n}} , \quad (6)$$

n = number of check points of the corresponding point group.

4) Relative errors computed from the deviations of the three independent measurements of a model with respect to the co-ordinate means (dispersion of co-ordinates with repeated model orientations) R

In order to separate the irregular photogrammetric fitting and measuring errors from the systematic error parts, both relative errors and systematic errors are computed, the latter given under item 8.

- a) Each stereogram was measured three times independently and each measurement was transformed with the aid of the five given control points. Therefore, for each point, three sets of co-ordinates are available, each yielding a mean. From the $3n$ deviations v_q between the individual values and the respective means, the photogrammetric r.m.s. errors are computed, separately for the three co-ordinates x , y , and z (vide fig. 4b).

Formula:

$$m_{q_4} = \sqrt{\frac{[v_q^2]}{2n}}, \quad (7)$$

n = number of points.

- b) From the co-ordinates of the three measurements, the three possible differences (d_{12} = measurement 1 — measurement 2, $d_{23} = \dots$, $d_{31} = \dots$) can be derived, and from these differences the photogrammetric r.m.s. errors are computed separately for the three co-ordinates x , y , and z .

Formula:

$$m_{q_4} = \sqrt{\frac{[d_q^2]}{6n}}, \quad (8)$$

n = number of points

$[d^2]$ = sum of the squares of all differences d_{12} , d_{23} , d_{31} for each of the three co-ordinates.

It was left to the restitution centres to choose a formula from the above, since both methods of computation lead to the same r.m.s. errors.

5) Distance accuracy D

For purposes of comparison, the distances could be chosen according to different points of view, for instance:

- according to their length, as in Oberriet. In the Reichenbach test area, however, there were no very short distances.
- according to the azimuth with regard to the flight direction, as with the long distances of Oberriet.
- according to the terrain slopes. For this the distances should be of equal length, in order to eliminate the length as a parameter.
- according to the type of marking or signalization of end points. At the time each signalized point received a corresponding classification number (see section 2.4).
- according to the position in the stereogram, for instance within the frame of control points or in the marginal zone.

It must be noted that, contrary to the test area of Oberriet, no field distances were measured directly in the test area of Reichenbach, and that the points are distributed evenly across the area. Therefore, in each case the check distances had to be derived

from the terrestrially determined co-ordinates. The commission decided that the 2nd and 5th criterium (azimuth and position in the stereogram) should not be considered and that the distances should be chosen as follows:

- Group 1: Distances up to about 150 m, small height differences, end points in the same model.
- Group 2: Distances between 150 and 500 m, small height differences, end points in the same model.
- Group 3: Distances up to about 150 m, small height differences, end points in different models.
- Group 4: Distances between 150 and 500 m, small height differences, end points in different models.
- Group 5: Distances up to 150 m, larger height differences, end points in the same model (comparable with the distances of group 1).

In a group, each point should be used only once; if necessary, the number of distances should be limited. For each flight (two stereograms), about 100 distances were chosen. In each group, there should be about 20 distances. This number could not be achieved with the short distances having end points in different models (group 3). Table 4 shows the number of distances and their average length in metres separately for flights and groups. In choosing the check points in the terrain, generally a minimum distance of about 100 m had to be observed, and therefore even in groups 1, 3, and 5 no shorter distances can be expected. In the models with small photo-scale and large area, a limited number of check points had been chosen, and therefore the terrain distances are somewhat longer. The average values for the long distances of groups 2 and 4 are between about 400 m and 500 m and, for these groups, the distances for the small-scale models are also somewhat longer. However, measured in the photographs, the distances are shorter for models with small photo-scale, particularly the longer distances (see table 5). The distances of group 5 had an average inclination of $\tan \beta = 0.25$ ($\tan \beta_{\min} = 0.09$ and $\tan \beta_{\max} = 0.59$).

For the comparison of distances, the first of the three measurements of each stereogram is used. In groups 3 and 4 (end points in different models), the transformed photogrammetric co-ordinates from the stereograms as indicated in the lists of distances have to be taken, but not the possibly available mean values from the two stereograms of the flight.

Formulae:

distance from terrestrial co-ordinates

$$s_t^2 = \Delta x_t^2 + \Delta y_t^2. \quad (9)$$

distance from (transformed) photogrammetric co-ordinates

$$s_p^2 = \Delta x_p^2 + \Delta y_p^2, \quad (10)$$

$$\Delta s = s_t - s_p, \quad (11)$$

$$m_s = \sqrt{\frac{[\Delta s^2]}{n}}, \quad (12)$$

n = number of distances of the group concerned.

With the "Revöira" test [7], the International Society for Photogrammetry established that the signalization of end points influences the accuracy of the distances, and therefore this criterium should be considered. This error influence, however, can be derived from the co-ordinate errors. A corresponding investigation has not yet been considered, but may be carried out later.

- 8) Systematic errors from the co-ordinate means of the three independent measurements of a model S

Together with the computations according to item 4, systematic errors of the photogrammetric co-ordinates of the check points are computed and represented graphically.

From the co-ordinate means x_p , y_p , and z_p of the photogrammetric measurements (see item 4a) and from the corresponding terrestrial co-ordinates x_t , y_t , and z_t , the differences $\Delta q = q_p - q_t$ are found, and from these, separately for the three co-ordinates and for the four point groups (see item 3), the quadratic average of the systematic errors is computed (see fig. 4c).

Formula:

$$m_{q_8} = \sqrt{\frac{[\Delta q^2]}{n}}. \quad (13)$$

Therefore, for systematic errors, it is only a question of the constant co-ordinate deviation Δq of each individual point for repeated model orientations. The values Δq do change from point to point, but not according to a mathematical law.

To obtain a better review of the errors and to be able to compare the measurements of the different restitution centres, the differences of each point are represented graphically on transparent sheets, separately for planimetry and height. Original transparent sheets for making the drawings were distributed by the president to the centres.

The computing program contained more detailed data regarding the arrangements of the graphical representation, for instance about the scale and direction of vectors.

From the original draft, the following points were cancelled in the final computing program.

- 5) (part 2) The relative accuracy of heights, viz. a height comparison similar to the distance comparison. This computation of the height accuracy should be undertaken by a participating centre as a special investigation.
- 6) The computation of the residual errors in the control points and of the absolute errors while using all check points. For the height adjustment, three and five unknowns should always be introduced respectively. From this, conclusions can be made on the relative and absolute orientation.
- 7) The computation of relative errors. It was planned to transform the co-ordinates of the three measurements of each model upon another to eliminate the influence of the control point errors.
- 9) Improved absolute orientation of heights. Instead of five control points, five pairs of control points should be used. This could meet objections against computing the r.m.s. error according to item 2.
- 10) Parallax measurements.

Together with the final computing program, the lists of the chosen distances (see item 5) were sent to the restitution centres, as well as the transparent sheets for the graphical representations (see item 8). The lists of the groups for the check points (see item 3) had been distributed previously. For the computations according to items 4, 5, and 8, no central computation organisation could be found; therefore the restitution centres undertook the computations. Based on internal discussions, however, several computation centres at a later date wholly or partially took over the computation work of others. The computations for items 6 and 7 were postponed for the time being, in order not to hinder the remaining tasks; the computations, according to items 9 and 10, had, from the beginning, been considered only as additions.

4.2. *Computations of the Restitution Centres and Standardization of the Results*

At the end of the computing program, that information which, for each item, would be necessary for making an analysis was labelled. In addition to the transformation formulae, the transformed photogrammetric co-ordinates, the differences v between these co-ordinates and the terrestrial co-ordinates, the computed distances and the distance differences, this information included, for instance:

- the r. m. s. errors m_x , m_y , m_z .
- the number n of the differences or points.
- when possible $[v_x]$, $[v_y]$, $[v_z]$ and $[v_x^2]$, $[v_y^2]$, $[v_z^2]$, or
 $[d_x]$, $[d_y]$, $[d_z]$ and $[d_x^2]$, $[d_y^2]$, $[d_z^2]$ respectively.
- the ratio between photo-scale and model scale.
- statements whether the height in the restitution instrument was read directly in metres in the terrain or in millimetres in the model scale.

All r. m. s. errors should be expressed in centimetres in the terrain (if possible with decimal places). Further, all deviations exceeding three times the corresponding r. m. s. error should be recorded and, if possible, explained.

Due to the small amount of redundant observations, the r. m. s. height error computed from the absolute orientation (see item 2) is not reliable; however, for the time being, it has been maintained as a computational norm. Since several tests are available for each flight, it is perhaps possible to make a statement about the fitting errors at a later stage. Only after the conclusion of measurements did the restitution centres receive a second set of point lists, giving the classification of check points. In these lists, the control points were given once more. Therefore, if a restitution centre had again measured the control points along with the check points, without using these co-ordinates for establishing the transformation formulae, the differences v of the second measurement could be included in the computation according to item 3 of the computing program. As long as the photographs were measured only once in the stereocomparator, the computations according to items 4 and 8 become irrelevant. Some of the restitution centres had already begun the measurements before the final computing program was available. Thus sometimes the computational data had to be supplemented later. However, in December 1963, the final computational results of all restitution centres were available.

Although a list of required information was supplied with the computing program, the restitution centres delivered their results in different ways. This was due partly to the application of different computational aids, but often there were different ideas

about the measurements as well as about the computations. For instance, one centre had read the heights in metres in the terrain and later in the computation applied only a parallel shift; another centre, on the other hand, had measured the heights in millimetres in the model scale, had absolutely oriented the model only by approximation, and next had performed a three-dimensional transformation of all points. Such differences naturally affect the accuracy. Some restitution centres made their own decision on point quality and omitted a few several points on their own discretion. This contradicts the purpose of the investigations.

These remarks are made only to show that the results submitted by the restitution centres had to be standardized before any conclusion could be drawn.

To begin with, all measurements and computations of the restitution centres had to be checked in order to find out which points had been used and which had not. Based on this, an attempt was made to list the reasons for the omission of points (see section 4.3). Then, all data and results were compiled, separately for each restitution centre and for each flight, and the computations of the restitution centres were checked at random. This measure was necessary, since for instance some restitution centres had already computing programs of their own, but had used other formulae than those proposed, or, when computing according to items 3, 4, and 8 of the computing program, had inadvertently treated the control points as interior points, though these points had not been measured twice. Each restitution centre received a form listing the improved results of their error computations, as well as point lists for a critical perusal and for the completion of the still outstanding particulars. At the same time those questions which could not be clarified from the material supplied, were submitted.

4.3. Lists of Points and Distances

For each stereogram, the control points to be used and the check points to be restituted had been given (see sections 2.4 and 3.1). Despite this, some restitution centres had measured extra points or omitted others. Table 6 shows the number of points, listed separately according to restitution centre and model, which at any time had been used, or could have been used, for computing the r.m.s. errors. This table is only meant for reviewing the different causes leading to deviations from the prescribed number of points in each model. For each restitution centre, the three measurements of a model were taken together. Should it be important for judging omissions, then attention will be drawn to differences within these three measurements.

n_P : the number of control points. For each model $n_P = 5$.

n_V : the number of check points. In models 1.12, 1.41, and 1.42, the number n_V deviates from 80.

The reasons for changing the number of points will be explained in detail in the following. Here note:

n_0 : points to be measured. If each model has been independently measured three times, according to the rules, then $n_0 = 3 (n_P + n_V)$.

n_a : additional points. Some restitution centres had measured the control points in advance and then measured them again together with the check points. Occasionally, besides the prescribed check points, other points had also been measured.

n_b : explained omissions. These are points which the operator could not find or which, contrary to the rules, he did not measure due to the poor quality of the signal.

n_c : accidental omissions. These are points which had been measured in one series only, or points with greatly differing measurements in the two series. In this group there are some wrongly identified points, as far as known at the time.

n_d : control points measured twice. Some restitution centres which had measured the control points twice did not include the first measurement in the program for their computations.

n_1 : the number of points used for item 1 of the computing program.

Here $n_1 = n_0 + n_a - n_b - n_c - n_d$.

After transformation, further points were rejected, viz.:

n_e : points which had been wrongly identified (see also n_c).

n_f : points with large deviations. Some restitution centres, on their own accord, had already discarded points whose co-ordinate deviations exceeded three times the r. m. s. error, as calculated by them. In some cases, the operator had measured the centre of an auxiliary strip instead of the signal proper.

n_g : points with computing errors. Mostly these points should have been included under n_i (see below).

n_h : control points not already mentioned under n_d , and points without check co-ordinates (see n_d).

n_3 : points used for item 3 of the computing program. Here $n_3 = n_1 - n_e - n_f - n_g - n_h$.

Control points measured twice could, at the same time, be check points, if only one of the measurements was used for determining the transformation elements.

For calculations according to items 4 and 8 of the computing program, it was assumed that the co-ordinates of all three measurements of a model were available; this practice resulted in further rejections, viz.:

n_i : points which were not available with all three measurements of a model or with one of the measurements rejected for different reasons.

n_8 : points used for calculation according to item 8 of the computing program. Normally $n_8 = \frac{1}{3} (n_3 - n_i)$. In some cases the restitution centres had used the mean of only two values. Therefore n_8 actually signifies the number of the triple-values. If no measurements had been rejected and the control points had not been measured twice, then $n_8 = n_7$.

n_k : points having three measurements, but which, due to gross deviations from the check co-ordinates, could not be used for the computation according to item 8.

n_4 : points used for item 4 of the computing program. Some of the omissions n_i have only been taken into account here. Generally $n_4 = n_8 + n_k$.

Attention is again drawn to the fact that in the last three columns the factor $\frac{1}{3}$ is introduced, so that n_4 and n_8 are in accordance with number n in equations (8) and (13) of the computing program.

Likewise, the number of distances to be computed and also of the distances omitted have been compiled. In accordance with the decision of the commission in October 1962, the distances should be computed only from the first measurement of the model. For the Netherlands restitution centres, however, ITC had calculated the distances from all three measurements. In table 6 note:

n_s : number of distances chosen by the president.

n_1 : number of distances which were not calculated, because one or both end points had not been measured or were omitted.

n_5 : number of distances used for item 5 of the computing program.

In order to indicate the reliability of each measurement, at least the values n_3 were converted into percentages. The following symbol signifies:

ν_3 : number of points used for item 3 of the computing program (n_3), expressed as a percentage of the number of check points. Since the three measurements of a model were combined, normally $\nu_3 = 100 n_3 : 3 n_V$. If a restitution centre had measured the control points twice, then $\nu_3 = 100 n_3 : 3 (n_P + n_V)$.

Similary, the point and distance lists for the comparator measurements have been drawn up (see table 7). The Pilot Centre had measured the points in one series only. For the computation of restitution 12, ITC Delft used a selection of these measurements of the Pilot Centre, and therefore the measuring errors could not be calculated. At that time, the basic data were not yet complete nor verified; this doubtlessly caused some of the identification errors. On the other hand, in restitution 19, the models were restituted three times independently, as with the analogue instruments. The r. m. s. errors according to item 1 of the computing program, however, were calculated again only for the first of the three measurements.

Table 8 gives the combined results of tables 6 and 7 per flight. Regarding the comparator measurements, only those belonging to restitution 12 have been used for n_1 , against only the values for restitution 19 for n_i to n_4 .

For judging the reliability of the restitutions, the additionally measured points n_d are of no consequence. Likewise it is not necessary to consider the corresponding recordings n_d for twice measured control points, or the necessary recordings n_h . The rejections n_c and n_e are closely related, since they generally have the same causes. Frequently the points under n_e were measured wrongly in the first or the second series and the points under n_e both in the first and in the second series, whilst some were not measured at all. Since, in our tests, not all of the signalized points had to be measured, such omissions probably will not occur so often in normal restitution assignments. While, for n_c and n_e , generally two signalized points were confused, for points under n_f , it was a matter of wrong signal identification. The points mentioned under n_g refer almost exclusively to restitution 11. These points could have been used for the computation according to item 3 of the computing program and only be mentioned under n_i . The rejections in these two point groups are subject to the previous omissions under n_b , n_c , n_e , and n_f . Regarding the distances, the same applies to rejections n_i . Likewise, the additional points under n_h are insignificant for judging reliability.

Since with restitution 12 (comparator measurements) only one series was measured, differences between two series did not appear here. With restitutions 6 and 12, computations according to items 4 and 8 of the computing program, and consequently the values for n_i were missed out.

The results of all flights (see table 9) were combined and it was discovered that, with the analogue instruments (excluding restitution 11), a total of 1.1% of all points and 1.6% of all distances were missed out. Including restitution 11, these figures were 2.0% and 2.7% respectively. For the comparator measurements, 3.1% of all points and 4.8% of all distances could not be used. The results were also combined, according to photo-scale, and it was discovered that the omissions in the photographs at 1 : 12,000 scale

were about twice as high as for photographs at 1 : 8,000 scale. With analogue instruments no data had to be discarded in 22 out of 48 models or 6 out of 24 tests, at a scale of 1 : 8,000, against 8 out of 34 models or 1 out of 17 tests, at the scale 1 : 12,000.

Each restitution centre had measured almost all prescribed points, i.e. the number of check points per model is practically the same for all cases. The rejections did not influence the results of our investigations. Despite this, it would be of interest for photogrammetry to know the individual causes for leaving out the points mentioned under n_f (0.2% for analogue instruments and 0.6% for stereocomparators).

5. Results of the Computations

The rules for the measurements and the computations were not very detailed and were limited to some general instructions. The lay-out of the test immediately yielded the most important variables: the two photo-scales and the four cameras. As the method of relative and absolute orientation was left to choice, further parameters were introduced into the results, for example, the model scale and the reading accuracy. Also the instruction to measure all co-ordinates in two series, separated in time, was not very clear. Moreover, several variations were possible for transforming the machine co-ordinates into the "System Reichenbach".

For evaluating the accuracy of the measurements, the following principles should be observed (see [8]):

- The results can be most easily and reliably analyzed if only one unknown or the functional relationship between two unknowns has to be determined. If a statement has to be given greater weight, then several observations under the same circumstances are necessary.
- With an increased number of unknowns, the observations have to be increased and also the prerequisites have to be changed accordingly.

Therefore for evaluating our results, the most important variants of measurements and computations will be differentiated or at least referred to, if for partial results the same prerequisites are not available. Essentially only the accuracy of the co-ordinates of signalized points will be dealt with, since these are of particular interest for cadastral survey. Admittedly large-scale photographs will yield more accurate results than small-scale photographs and for this reason, the accuracy figures will usually be expressed in "µm in the image" for a better comparison. The influence of the angle of field of the survey camera can be eliminated by converting the height error m_h , using the base-height ratio ϑ , into an error of the horizontal parallax m_{px} . In order to determine the influence of the restitution instrument, it is sometimes advantageous to express the accuracy in "µm in the model", because after all, the model co-ordinates are our observed quantities. The relationship ν between model scale and photo-scale has received little attention up to now. In the following sections, the r.m.s. errors for the individual measurements are given, firstly in "µm in the image" but, in the summary, in "cm in the terrain" and in "µm in the model" as well. It is hoped that this will save the reader making his own conversions.

For computational and technical reasons, the units 0.1 µm and 0.1 cm respectively were chosen. It is therefore possible to use the r.m.s. errors for further computations and analyses without the results being distorted through rounding-off errors.

5.1. Measuring Accuracy M

Table 10 shows the r. m. s. measuring errors of the restitutions with analogue instruments (according to item 1 of the computing program), separately for flights and for the models. The r. m. s. errors of the averages of two series were computed from the differences between the double measurements according to equation (1), occasionally in conjunction with equation (2). With one exception (restitution 8), all restitution centres used the results of the three independent measurements of a model. The number of the double measurements n is nearly three times the number of check points (vide table 6).

The r. m. s. errors cannot be directly compared with each other, since reading accuracy, measuring and computation methods could differ. In all cases the planimetric co-ordinates x and y were recorded using the smallest unit 0.01 mm. On the other hand, different reading units were used for the heights (vide column 20, table 10) viz.:

- 0.01 mm for the readings in "mm in the model".
- 0.1 m for readings of "m in the terrain". In some cases, the reading unit was even 0.01 m and 0.02 m respectively.

The measuring methods could be distinguished as follows:

- Each point was sighted twice in succession and the co-ordinates were recorded in one series, or each point was measured in two series separated in time, in accordance with the rules. In the latter case, the point sequence could be different in the two series.
- In the two series, the points were approached either from the same direction or from opposite directions.
- The two series were measured by different operators (see restitutions 4 and 11, table 10).

If, in the two series, the points were approached from different directions, then, according to the computing program, the systematic parts of the errors of the differences d had to be eliminated, i.e. the $[dd]$ had to be reduced according to equation (2). Sometimes equation (2) was applied even though it was not certain whether the necessary prerequisites were present. In columns 15 to 17 of table 10, separately for co-ordinates x , y , and z , an "X" indicates when $[dd]$ were reduced.

The conversion factor for " μm in the image" to " μm in the model", i.e. the ratio v of model scale to photo-scale, has been entered in column 18. If different conversion factors were applied to each of the two models, then each model of a flight was transformed individually.

Similarly, table 11 lists the r. m. s. errors of the comparator measurements. The "Pilot Centre" (restitution 12) had measured the points in one series only; therefore no measuring errors could be calculated. The reading accuracy of the Zeiss PSK was " $1\mu\text{m}$ ", that of the Jena Stereocomparator 1818 " $2\mu\text{m}$ ". With this comparator, the x and y co-ordinates in one photograph were sighted and read twice in succession. Simultaneously, using the parallax screws, the corresponding co-ordinates in the second photograph were sighted and the values px and py were read. From the differences, the corresponding r. m. s. parallax errors m_{px} and m_{py} were calculated. These values are not to be confused with those which were later derived from the r. m. s. height errors m_z .

In addition the results of table 10 were converted into " μm in the model" and "cm in the terrain" and then tabulated. Table 12 contains the average values of all measurements of a flight (N is the number of the restitutions). Instead of the r. m. s. errors m_x and m_y , the r. m. s. co-ordinate error m_k and the ratio $m_y : m_x$ have been given. More-

over, the r. m. s. error m_z has been converted into “‰ of the flying-height” as well as into a r. m. s. error m_{px} of the horizontal parallax, using the base-height ratio ϑ . Therefore these errors m_{px} are of different origin than those errors of the same name in table 11. In the summary, the results of restitution 11 are quoted separately, since there two different operators had been employed and presumably, for this reason, larger differences appeared (see however restitution 4).

5.2. *Fitting Accuracy E*

In accordance with item 2 of the computing program, the r. m. s. errors have been calculated from the differences between the terrestrial co-ordinates of the five control points and the transformed photogrammetric co-ordinates after adjustment for restitutions with analogue instruments, and are listed in table 13 separately for flights and models. The figures represent the arithmetic mean of the r. m. s. fitting errors from the three repeated measurements of a model, converted into “ μm in the image” by means of the scale factor. Later it will be shown that these three repeated measurements differ only slightly (see section 7.4). In each case, five control points were used for the absolute orientation, so that the individual mean values were derived from 3×5 corrections. Only in restitution 8 were the planimetric co-ordinates and heights adjusted together.

For each model the control points were prescribed uniformly. Control point 314 of flight 1.5, however, had to be omitted in restitution 8 and was replaced by point 308. This point was a control point for flight 1.1; therefore its co-ordinates were already known to the restitution centre.

When numerically improving the fitting in elevation of restitutions 7 and 18, the models were not inclined, but the measured heights received only a parallel shift. For the rest, the r. m. s. height errors of table 13 can be compared only conditionally for reasons which have been given in section 5.1 (different reading accuracy). Similarly, the r. m. s. errors of the control points for restitution with stereocomparators have been compiled in table 14. Here in model 1 of restitution 12, point 469 was used instead of control point 536.

For a linear conformal transformation of x and y or of x , y , and z , it is inadmissible in theory to separate the errors according to the two or three co-ordinate directions. However, from the differences of the individual co-ordinate errors, conclusions can be drawn about the systematic errors at the control points, and weight assumptions can be verified. Moreover, the fitting errors can be compared more readily with the absolute errors (vide section 5.3). The large errors on model 1.62 are striking; they shall be discussed later (see section 7.2).

In table 15 the average values of all fittings of a flight have been compiled separately for analogue instruments and for stereocomparators. This table 15 contains nearly the same information (r. m. s. errors amongst others) as table 12. This time, the results of restitution 11 have been included in the overall mean as there is no reason for their exclusion.

5.3. *Absolute Accuracy A*

As stipulated in item 3 of the computing program (section 4.1), the r. m. s. absolute errors were computed from the differences between the transformed photogrammetric co-ordinates and the terrestrial co-ordinates of the check points. In order that the number

of the measurements conforms with the point lists (section 4.3), the special points also had to be taken into account. The results of measuring these points are not dealt with here. Since each stereogram has typical errors, the errors for the individual stereograms are given in accordance with the previous sections. Table 16 contains the r.m.s. errors for the measurements in analogue instruments and table 17 the r.m.s. errors for the measurements in stereocomparators. (Each time, they were computed as weighted mean from the r.m.s. errors of the interior, exterior, and marginal points, however, not from the $[vv]$, see tables 19 and 20). The numerical values are always the arithmetic mean of the r.m.s. errors from the three repeated measurements of each model (as far as these are available). For computing the mean values of the flights, each restitution received the same weight.

The corresponding average values of all r.m.s. errors of a flight have been compiled, in table 18, separately for the analogue instruments and the stereocomparators. The results of restitution 11 for this overall mean have also been taken into account as there is no reason for a separation. Since the ratio v between model scale and photo-scale in the individual restitutions varies between 1.6 : 1 and 4.0 : 1, the r.m.s. errors have again been stated as "µm in the model" and "cm in the terrain". In other respects, table 18 contains nearly the same information (r.m.s. errors etc.) as tables 12 and 15.

Table 19 gives the results from the measurements with analogue instruments, and table 20 the results from measurements with stereocomparators (see also [4], tables 3 and 4), separately for the different point groups (without special points). Here, not only the r.m.s. errors of the three repeated measurements of each model have been averaged, but also the results of both models of a flight have been combined. n is the number of all point measurements and corresponds approximately to three times the number of check points. The r.m.s. errors were converted into "µm in the image" by means of the scale factor. The average values of all measurements of a flight have been compiled in table 21, separately for analogue instruments and stereocomparators (vide [4], table 5). This table contains similar information (r.m.s. errors etc.) as tables 12, 15, and 18. The results of restitution 11 have been taken into account for the overall mean.

5.4. *Relative Errors computed from the Deviations of the Three Independent Measurements of a Model with Respect to the Co-ordinate Means (Dispersion of Co-ordinates with Repeated Model Orientations) R*

As stipulated in item 4 of the computing program, in table 22 the r.m.s. relative errors of the restitutions in analogue instruments have been compiled according to equations (7) or (8) (see [4], table 3). Fig. 5 shows some examples of such errors. For computing the r.m.s. errors, those points which had been measured in all three restitutions of a model were used. n represents the number of points measured three times. As can be seen from the point lists of section 4.3, for the formation of the mean, in some cases only two measurements were used. If for the measurements the same photographic material and the same instrument had been used, and if the models had been measured independently by the same operator, then the r.m.s. relative errors would provide a measure for the reproducibility of the measurements. However, these prerequisites do not always apply in our case, so that the results of the different restitution centres are not readily comparable. At some restitution centres, the three measurements of a model had not been carried out by the same operator; this resulted in additional identification errors, similar to the case of the two series of restitution 11. Some restitution centres had

restituted the models with different base positions (base in — base out). In this case, additional instrument errors influenced the measuring results. Compared to this, the errors that resulted from some points not being measured three times, but only twice, can be neglected.

Table 23 contains the results of comparator measurements (see [4], table 4). Only in restitution 19 had the models been measured three times, so that relative errors could be computed. The average values of all r.m.s. relative errors of a flight have been compiled in table 24. This table contains the same information (r.m.s. errors etc.) as table 18 (see [4], table 5).

Table 25 lists the r.m.s. errors for measurements in analogue instruments and table 26 the r.m.s. errors for measurements in stereocomparators, separately for the different point groups (without special points). The results of the two models of a flight have again been combined and in table 27, separately for analogue instruments and stereocomparators, the average values of all measurements of a flight have been compiled. Table 27 contains the same information (mean square errors etc.) as table 21.

Item 4 of the computing program does not specify separating the relative errors according to point groups. Therefore, the missing values of tables 25 and 26 have been derived later through equation (15) from the corresponding average values of the absolute errors and the systematic errors (sections 5.3 and 5.6). Error m_3 was computed also using some points which were not used for the computation of error m_8 . Due to the small number of marginal points, this caused discrepancies; as an exception, m_3 could be smaller than m_8 . Since, moreover, average values were used, in this case the weighted mean of the individual point groups did not always agree with the values of tables 22 to 24. The values of table 27 were derived from tables 25 and 26 and not from the corresponding tables of sections 5.3 and 5.6.

5.5. Distance Accuracy D

In the Reichenbach test area no check distances were measured directly. All check distances have therefore been derived from the terrestrially determined co-ordinates. In accordance with item 5 of the computing program, the r.m.s. distance errors, according to equation (12) for the restitution in analogue instruments, have been compiled in table 28. For restitutions 13, 14, 15, and 16, the distances from all three measurements of both models of a flight were computed, contrary to the computing program. If from this a measure for the reproducibility of the measurements was to be derived, then the same prerequisites as mentioned in section 5.4 have to be met. Table 29 gives the results from comparator measurements. The average values of all r.m.s. distance errors for a flight have been compiled in table 30; in the case of restitutions 13 to 16, the three corresponding individual values has been averaged in advance. At the same time, the distance errors have been given in "µm in the model" and in "cm in the terrain".

5.6. Systematic Errors from the Co-ordinate Means of the Three Independent Restitutions of a Model S

According to item 8 of the computing program (section 4.1), the quadratic average of the systematic errors (equation (13)) was calculated. Figure 6 shows some examples of such errors. From the height errors of fig. 6b, curves of equal height errors (fig. 6c) were drawn. Individual larger deviations which appeared here are often caused by the height differences between the terrain and the upper surface of the signal not

being taken into account during the measurement, even though they are mentioned in the point description. The numerical values have been converted into "μm in the image" with the aid of the scale factor and compiled in tables 31 and 32. n signifies the number of points measured three times and is sometimes a little smaller than in section 5.4. (vide section 4.3). (The numerical values are the weighted mean of the r.m.s. errors for the interior, exterior, and marginal points; vide tables 34 and 35). Where the prerequisites mentioned in section 5.4 have not been met, the results of the different restitution centres cannot be easily compared. Table 33 gives the average values of all r.m.s. errors of a flight as well as further information according to table 18.

Table 34 gives the results from the measurements in analogue instruments and table 35 those from the measurements in stereocomparators, however separately for the different point groups (without special points). Again the results of both models of a flight have been combined and, in table 36 the average values of all measurements of a flight have been compiled, separately for analogue instruments and stereocomparators. Table 36 contains the same details (r.m.s. errors etc.) as table 21.

The results of sections 5.3, 5.4, and 5.6 are directly connected, and for each point the following applies:

$$[v_q^2]_3 = [v_q^2]_4 + 3 \Delta q_8^2. \quad (14)$$

The indices signify the numbers of the computing program. If there are the same number of points n in the three sections, the relationships also apply to the sums of all points. From this is derived the equation:

$$m_3^2 = \frac{2}{3} m_4^2 + m_8^2. \quad (15)$$

In some cases, this condition is not fulfilled, because the number of points are not equal and the r.m.s. errors of tables 16 and 31 were not derived from the sums of the squares of errors. The discrepancies, however, are insignificant. With the aid of equation (15), in section 5.4, the missing numerical values for the individual point groups were derived (see tables 25 and 26).

6. Additional Computations

In accordance with the "rules for the measurements", each model was to be oriented and measured three times independently (see section 3.2). From the transformed co-ordinates of these three restitutions and with the aid of the corresponding co-ordinate means, each restitution centre should determine both the r.m.s. relative error and the quadratic average of the systematic errors, according to items 4 and 8 of the computing program respectively. Moreover the deviations of the co-ordinate means from the corresponding terrestrial co-ordinates were to be represented graphically (see fig. 6). Had N evaluation centres measured both models of a flight, then, for the co-ordinates of each point, N mean values were available; these values are considered as independent results. From these, a relative accuracy $\bar{m}_4$ and the quadratic average of the systematic errors $\bar{m}_8$ (fig. 7) were determined with the respective equations (7) and (8) and equations (15). From the start, all points which had not been measured or represented graphically by all restitution centres were omitted. In order to keep the omissions within limits, the measurements of restitution 11 were waived in these examinations. The further computations were carried out semi-graphically.

6.1. Systematic Errors from the Co-ordinate Means of all Restitutions of a Flight S⁺

For reasons which will be explained in section 6.2, first the quadratic average of the systematic errors was calculated. With the help of the graphical representation of errors as specified in item 8 of the computing program, for each point the mean of all vectors was established graphically, separately for the individual models and separately for planimetry and height, and plotted on a transparent overlay (fig. 7b and 8). For each point, the x , y , and z deviations of the mean vector were scaled off from this transparent overlay and then compiled into lists, separately for the four point groups, according to item 3 of the computing program. From this was calculated the r. m. s. error using equation (13). This quadratic average of the systematic errors was again converted into "µm in the image" with the aid of the scale factor.

According to section 5.6, table 37 gives the errors for the individual models. (The numerical values are the weighted mean of the r. m. s. errors for the interior, exterior, and marginal points; see table 39). Table 38 lists the average values for each flight as well as further details (r. m. s. errors etc.); see tables 18 and 33. In table 39, the results of each flight (see table 36) are compiled, separately for the different point groups (without special points). The values of both models have been combined.

It should be noted that by this computation the r. m. s. error m_8 (section 5.6) is divided into two parts. Therefore $\bar{m}_8$ should be smaller than m_8 .

6.2. Relative Errors from Deviations with Respect to the Co-ordinate Means of all Restitutions of a Flight R⁺

For the calculation of the r. m. s. relative error $\bar{m}_4$, refer to equation (7) which in a general form is:

$$\bar{m}_4 = \sqrt{\frac{[v_q^2]}{(N-1)n}} \quad (16)$$

Here again the deviations v_a of the individual vectors, with respect to the corresponding mean vector, could be determined from the graphical representation and then from these deviations the r. m. s. relative error could be established with the aid of equation (16) (fig. 7a and 9). But for our purposes $[v_q^2]$ was calculated by different means.

If, with the different restitution centres, the systematic errors in a point, as graphed following item 8 of the computing program, amount to: $a_1, a_2, \dots, a_N$ and if their mean is a_M , then for each point the following applies:

$$[v^2]_1^N = [a^2]_1^N - N a_M^2 \quad (17)$$

Consequently we obtain for all points:

$$[v_q^2] = [a^2]_1^{nN} - N [a_M^2]_1^n \quad (18)$$

From $[a_1^2], [a_2^2], \dots$, the corresponding r. m. s. systematic error of a restitution was calculated in section 5.6 and from this, as an algebraic average of the individual errors, the overall mean for all restitutions was determined. These errors are here also indicated

as m_8 . The index again refers to the number of the computing program. Correspondingly, in section 6.1, the mean square error $\bar{m}_8$ was calculated from $[a_M^2]$. This changes equation (18) into:

$$[v_q^2] = nN(m_8^2 - \bar{m}_8^2). \quad (19)$$

Now, from equation (16), the following can be easily obtained:

$$\bar{m}_4^2 = \frac{N}{N-1}(m_8^2 - \bar{m}_8^2). \quad (20)$$

The set-up of this equation is similar to that of equation (15).

In table 40, the r. m. s. errors are given as "μm in the image" for the individual models. Table 41 contains the average values for each flight as well as further details (r. m. s. errors etc.) as in table 24. For the comparator measurements, insufficient restitutions are available. Table 42 contains the corresponding errors, however, separately according to point groups. For calculating m_8 , points which were not completely valid for calculating $\bar{m}_8$, since they had not been measured by all restitution centres, were used. In the case of the marginal points, some discrepancies occurred, due to the small number of points, i. e. by way of exception m_8 could be smaller than $\bar{m}_8$.

The value $\bar{m}_4$ is quite different to m_4 ; for example, in addition to the instrument adjustment errors $\bar{m}_4$ contains also the copying errors which resulted from different diapositives made from one original. Equation (15) therefore does not apply for the values $\bar{m}_4$ and $\bar{m}_8$. Actually, if the value m_8 is eliminated from equations (15) and (20), then generally:

$$m_3^2 = \frac{i-1}{i} m_4^2 + \frac{N-1}{N} \bar{m}_4^2 + \bar{m}_8^2. \quad (21)$$

In our case the number of repetitions of the measurements for each model is $i = 3$; moreover on the average $N = 5$ for the analogue instruments (see table 3).

7. Analysis of the R. M. S. Errors (Estimates of the Standard Deviation)

The tables in sections 5 and 6 give the solution of the first fundamental problem of the research program for the measurements with analogue instruments, namely, data on the point accuracy obtainable with different photo-scales and under different survey conditions (see section 2.1). The corresponding values for the measurements with stereo-comparators can be readily found. When comparing the r. m. s. errors, it should be noted that neither the number of restitutions N of a flight nor the ratio v_m between model scale and photo-scale remain constant, and moreover that different diapositives were used for the measurements, as well as different instruments and different operators. If the expected r. m. s. distance error m_s is to be derived from the r. m. s. co-ordinate error m_k (problem 2), then for random errors the following equation (see for instance [9]) applies:

$$m_s = m_k \sqrt{2}. \quad (22)$$

For the additional problems, the values of the tables of section 5 and 6 have to be compiled differently. As already mentioned, the solution of these additional problems requires the combined setting up of two different flight strips. Comparing the mean values of the results of all restitutions, it could be argued that this contradicts in part the fundamental rules established in the beginning (see section 5). In order to meet such objections in advance, only those restitutions that yielded the necessary combinations (see table 3) were taken together. For problem 3, for instance, the measurements of restitutions 4, 8, and 10 of flight 1.1 were used, since the corresponding measurements of flight 1.5 are also available; for problem 4a, the measurements of only restitution 9 can be used (flights 1.2 and 1.4) and for problem 4b, no comparable measurements are available. While the combinations have the advantage that each time the same restitution instruments were used, presumably by the same operators, the scale factors v_m , however, sometimes deviate from each other. On the other hand, it must be remembered that there are only a few comparison values available. Therefore it remains questionable whether this method of computation should always be preferred. In many cases there was no other choice than to take all available measurements.

In order to establish the influence of the photo-scale on the accuracy (problem 3), the results of flights 1.1 to 1.4 and flights 1.5 to 1.8 were combined. Problems 4a, 5, 6, and 7 were treated together, to this end the results of the same survey camera were combined. The results of problem 4b were taken directly from the already available tables.

In the following summary, for the analogue instruments, the r.m.s. errors for the individual additional problems are given in " μm in the image" as well as in " μm in the model". As far as the measurements from photographs with different scales are not averaged, the r.m.s. errors are also given in " cm in the terrain", as it was not known in advance which unit of measurement would be the most suitable. Although the photographs of flights 1.2 and 1.6 had comparatively large systematic height errors, the measurements yielded a series of important error values, as for example, measuring errors, relative errors, and distance errors which should not be disregarded here. On the other hand, a comparative evaluation of the height errors was waived in those cases where such a comparison did not seem to be relevant. Restitution 11 yielded exceptionally high measuring errors which for this reason were dealt with separately.

The measurements on the stereocomparators were combined. Here the r.m.s. errors in " μm in the model" are missing. In the Stereocomparator 1818 anyway, only the photographs taken with the plate camera RC 7a 10/14 were measured. As already mentioned, in the precision stereocomparators the models were measured only once, partly even in only one series. All r.m.s. errors were initially calculated in $0.1 \mu\text{m}$ or 0.1 cm and were later rounded off to the nearest micron or centimetre, except the results of item 1 of the computing program. In all cases, a mean value was established for each flight and, in later summaries, these mean values were considered to be of equal weight.

Model 1.62 of restitution 12 yielded relatively large errors which were therefore dealt with separately. For flight 1.6, the image co-ordinates of restitutions 6 and 12 were transformed upon each other. For all four parts of the photos, a r.m.s. co-ordinate difference of $m_d = 7 \mu\text{m}$ was found, and therefore a r.m.s. co-ordinate error of the individual measurements of $m_k = 5 \mu$. This, by no means explains the large fitting and absolute errors of model 1.62. These measurements have been disregarded in our analysis. For the time being, the causes for these differences are investigated with the aid of additional measurements. This subject will be reviewed later.

In order to obtain photographs of equal coverage for the additional problem 4b, the photo-scales should not be in proportion to the principal distances, but in proportion to the sides of the photographs, i.e. 1.65 : 1. Since, in our case, the enlargements v_m are in the proportion of 1 : 1.65, the errors in "µm in the model" are taken in order to obtain comparable values. In the individual sections, first the planimetric error m_k , then the height error m_z are dealt with in the sequence of the additional problems.

It is difficult to say whether the accuracy differences are significant, since the number of independent parameters is not clear. In spite of the numerous observations, after rough calculations, it may be assumed that differences under 15 to 20% are not significant. On the other hand, perhaps such differences may be important in practice, so ratio figures have been rounded off to the nearest 5%, i.e. to 0.05 (see section 8.1).

7.1. Measuring Accuracy M

In table 12, the r. m. s. measuring errors for the analogue instruments have been compiled in accordance with the first fundamental problems; for the comparator measurements, the errors can easily be found in table 11. These values represent the largest accuracy which can be obtained with later investigations. The r. m. s. measuring errors, in "µm in the model" as obtained with analogue instruments, differ only slightly for all flights, particularly when both series have been measured by the same operator. To solve the additional problems, the results for the different variables were again compiled separately for the measurements yielding co-ordinates in pairs and for all measurements in analogue instruments (table 43). The results from the measurements in stereocomparators are given in table 44. In table 12, the enlargement ratios v_m as well as the r. m. s. errors m_k , m_z , and m_{px} are average values, so that the conversions from "µm in the image" to "µm in the model" are only approximate. The same applies to table 43. In particular, we find:

- With analogue instruments, the r. m. s. measuring error in planimetry $m_k = 7.7 \mu\text{m}$ in the model or $3.3 \mu\text{m}$ in the photograph, on the average. On the other hand, with the precision stereocomparators $m_k = 1.4 \mu\text{m}$ in the photograph and with the Stereocomparator 1818 $m_k = 2.2 \mu\text{m}$. For these comparator measurements, the results of only one restitution centre are available.
- The measuring error m_k in "µm in the model" is only a little smaller at a photo-scale of 1 : 8,000 than at a photo-scale of 1 : 12,000.
- The influence of the survey camera on the measuring accuracy is negligible. In the case of normal-angle photographs, the r. m. s. error m_k in "µm in the model" is somewhat smaller than for other photographs. If the r. m. s. errors are taken as "µm in the image", then ratios change in favour of the plate camera.
- With analogue instruments, the film photographs of 23 cm × 23 cm at a scale of 1 : 8,000 and the plate photographs of 14 cm × 14 cm at a scale of 1 : 12,000 yield the same r. m. s. measuring errors m_k in "µm in the model". Likewise with comparator measurements, the r. m. s. errors in "µm in the image" are only slightly different.
- With an enlargement factor of $v_m = 2.5$, the r. m. s. errors m_k with analogue instruments, precision stereocomparators, and the Stereocomparator 1818 are in the ratio of 1.00 : 0.45 : 0.65.

- The measurements of restitution 11 are striking. The two series were carried out by different operators. The errors m_k in "μm in the model" are twice as large as the errors of the other restitution centres. However, this is not generally valid, as also for restitution 4, for example, two operators had been employed.
- With analogue instruments, on the average the r. m. s. measuring error of the heights is $m_z = 15.6 \mu\text{m}$ in the model or $6.6 \mu\text{m}$ in the photograph; expressed in ‰ of the flight height, this is approximately 0.04‰. The corresponding r.m.s. errors of the horizontal parallaxes are $m_{px} = 8.2 \mu\text{m}$ in the model and $3.5 \mu\text{m}$ in the photograph.
- The height errors m_z and the errors of the horizontal parallaxes m_{px} in "μm in the model" are almost equal for both photo-scales. Small differences are equalized by the enlargement ratio v_m and by the base-height ratio ϑ .
- The height errors m_z in "μm in the model" show minor differences only, for all four survey cameras, but not so the errors of the horizontal parallaxes m_{px} . Presumably the reading accuracy influences the heights. In section 5.1, this difference has already been referred to (see table 10). If the measurements where the readings were carried out in "cm in the terrain" are combined, then the r. m. s. measuring error $m_k = 7.6 \mu\text{m}$ in the photograph, which corresponds to the reading error. If, on the other hand, the measurements where the readings were carried out in "μm in the model" are combined, then the r. m. s. measuring error is only $m_k = 5.9 \mu\text{m}$ in the photograph, and almost twice as large as the reading error. Therefore, in the first case, the inaccurate readings already cause an additional error of $5 \mu\text{m}$ in the photograph. Due to the large values v_m , the errors m_z in "μm in the image" are smallest for plate photographs. On the other hand, the r. m. s. error of the horizontal parallaxes m_{px} in "μm in the model" is smallest for normal-angle photographs; due to the unfavourable base-height ratio ϑ , the corresponding height error m_z becomes as large as with the other survey cameras.
- For photographs at 1 : 12,000 scale taken with the plate camera RC 7a 10/14, the r. m. s. measuring error m_z in "μm in the model" is only a little larger than that for photographs at 1 : 8,000 scale taken with the film camera RMK 15/23.

7.2. Fitting Accuracy E

In accordance with the first fundamental problem, in table 15, the r. m. s. fitting errors have been compiled both for the analogue instruments and for the stereocomparators. For solving the additional problems, the results have been regrouped according to the different variables, and again separately for the measurements yielding co-ordinates in pairs, for all measurements in analogue instruments (table 45) and for those in stereocomparators (table 46). The fitting errors of restitution 11 are by no means larger than those of the other restitution centres and, for this reason, the results of restitution 11 have been included in the overall mean. On the other hand, the results of model 1.62 of restitution 12 are omitted in the summary of the comparator measurements. In particular, we find:

- With analogue instruments, on the average the r. m. s. fitting error in planimetry $m_k = 30 \mu\text{m}$ in the model or $m_k = 13 \mu\text{m}$ in the photograph. In the stereocomparators, on the other hand, $m_k = 9 \mu\text{m}$ in the photograph.
- The fitting error m_k in "μm in the model" at a scale of 1 : 12,000 is only slightly smaller than that at 1 : 8,000 scale.

- The influence of the survey camera on the fitting accuracy is very small. Arranged in order of the survey cameras (see table 1), the r. m. s. planimetric errors m_k in "μm in the model" are in the proportion of 1.00 : 0.80 : 1.10 : 0.85. For this ratio, the values of tables 45 and 46 (part 1 and 2) were combined. The different values v_m have the effect of changing the ratio in favour of the plate cameras. If the r. m. s. planimetric errors are calculated in "μm in the image", the last term of the proportion changes to 0.65.
- Since, with analogue instruments, the r. m. s. fitting errors m_k in "μm in the model" are somewhat larger for photographs at 1 : 12,000 taken with plate camera RC 7a 10/14, than those for the film photographs taken with the RMK 15/23 at 1 : 8,000 scale, the errors m_k in "cm in the terrain" are also larger for the former camera. Using stereocomparators, the difference is insignificant.
- If the results of the analogue instruments are combined then, with $v_m = 2.5$, the r. m. s. errors in "μm in the image" obtained from the measurements with these instruments compared with those obtained from the stereocomparators, are in the proportion of 1.00 : 0.75. For measurements in stereocomparators, the fitting errors are therefore smaller than for measurements in analogue instruments.
- With analogue instruments, on the average, the r. m. s. fitting error in height is $m_z = 50 \mu\text{m}$ in the model or $m_z = 22 \mu\text{m}$ in the photograph, which is approximately 0.13‰ of the flight height above ground. The corresponding r. m. s. errors of the horizontal parallaxes are $m_{px} = 26 \mu\text{m}$ in the model or $12 \mu\text{m}$ in the photograph. These values also apply for the measurements with stereocomparators.
- With analogue instruments, the r. m. s. fitting errors in height m_z and the errors of the horizontal parallaxes m_{px} in "μm in the model" are approximately 15% smaller for a photo-scale of 1 : 12,000 than for a photo-scale of 1 : 8,000. Due to v_m , the difference becomes somewhat larger if the errors are converted into "μm in the image"; with stereocomparators the difference is even 40%. This value is relatively unreliable and was not confirmed later by the absolute errors.
- The r. m. s. fitting errors in height are very different for the four survey cameras. It does not matter whether the values m_z , m_{px} , or expressed in ‰ of the flight height above the ground are considered, or whether the errors are calculated in "μm in the model" or in "μm in the image". For example, the height errors m_z in "μm in the image" are in the ratio of 1.00 : 1.35 : 1.15 : 0.45. Though also these values were later not completely confirmed by the absolute errors, these proportions must suffice for the time being.
- Due to the relatively larger height errors with the RMK 15/23, a comparison according to problem 4b can be waived.
- If the results of the analogue instruments are combined, then, with $v_m = 2.5$, the r. m. s. errors m_z in "μm in the image" of the measurements with these instruments and those of the measurements with the stereocomparators are equal.

7.3. Absolute Accuracy A

In accordance with the first fundamental problem, the r. m. s. absolute errors of all points of a model have been compiled for the analogue instruments and for the stereocomparators (see table 18). To solve the additional problems, the results have been regrouped (as in section 7.1) according to the different variables, namely for the measure-

ments yielding co-ordinates in pairs, for all measurements with analogue instruments (table 47) and for those with stereocomparators (table 48). For restitution 11 as well as for model 1.62 of restitution 12, the same applies as in section 7.2. In particular, we find:

- With the analogue instruments, on the average, the r. m. s. absolute error in planimetry $m_k = 27 \mu\text{m}$ in the model or $m_k = 12 \mu\text{m}$ in the photograph. For stereocomparators, on the other hand, $m_k = 8 \mu\text{m}$ in the photograph.
- The r. m. s. absolute error m_k in " μm in the model" is the same for both photo-scales.
- The influence of the survey camera on the r. m. s. absolute error m_k is somewhat larger than on the fitting errors. The absolute errors m_k in " μm in the model" are proportional (in the sequence of the survey cameras, see table 1) as 1.00 : 1.25 : 1.30 : 1.00. If, on the other hand, the unit " μm in the image" is used for calculating, the proportion changes in favour of the plate camera; the last term of the proportion then becomes 0.75.
- Since, for the analogue instruments, the r. m. s. absolute error m_k in " μm in the model" is somewhat larger for the photographs 1 : 12,000 taken with plate camera RC 7a 10/14 than for the film photographs 1 : 8,000 taken with the RMK 15/23, so also the errors m_k in "cm in the terrain" are larger for the former camera. For the stereocomparators, the proportion is reversed, so that on the average the two cases yield the same absolute errors m_k .
- The r. m. s. errors m_k in " μm in the image" of the measurements with the analogue instruments ($v_m = 2.5$) and with stereocomparators are in the proportion of 1.00 : 0.70.
- On the average the r. m. s. absolute height errors in analogue instruments $m_z = 56 \mu\text{m}$ in the model or $m_z = 24 \mu\text{m}$ in the photograph, which is approximately 0.15% of the flight height. The corresponding r. m. s. errors of the horizontal parallaxes are $m_{px} = 30 \mu\text{m}$ in the model or $13 \mu\text{m}$ in the photograph. The errors of the measurements in stereocomparators are approximately 15% smaller.
- The r. m. s. absolute error m_z and the r. m. s. error of the horizontal parallaxes m_{px} in " μm in the model" for analogue instruments are approximately equal with photo-scales of 1 : 8,000 and 1 : 12,000. The differences are somewhat larger when the errors are expressed in " μm in the image". The same applies for the stereocomparators.
- The r. m. s. absolute errors m_z are different for the four survey cameras, regardless of the unit of measurement used. However, for the r. m. s. errors m_z in " μm in the model", only the value for RMK 15/23 stands out. The remaining values are nearly equal. This time the height errors m_z in " μm in the image" are in the ratio of 1.00 : 1.25 : 0.95 : 0.60 and the corresponding errors m_{px} of the horizontal parallaxes of 1.00 : 2.15 : 1.25 : 0.95.
- For problem 4b same applies as in section 7.2.
- The r. m. s. errors m_z in " μm in the image" resulting from the measurements in analogue instruments ($v_m = 2.5$) and in stereocomparators are in the ratio of 1.00 : 0.85.

Table 21 contains the r. m. s. absolute errors, separately for the interior, exterior, and marginal points. From this, the decrease in accuracy towards the edge was derived for each flight. However, for ascertaining the influence of the remaining variables, namely of photo-scale and survey camera, the r. m. s. errors of table 21 have been regrouped according to the additional problems. The stereoscopic observation of the models is different with different instrument types. These could influence the accuracy of the measurements and could be particularly noticeable considering the accuracy decrease towards

the edge. For this reason the r.m.s. errors of the measurements in the Stereoplanigraph C8 and those of the measurements in the Autograph A7 have been given separately. Since the photographs of flights 1.6 and 1.7 have not been measured at all in the A7, the corresponding measurements in the C8 have not been taken into account here. Table 49 gives the mean values for all restitutions both in analogue instruments and in stereocomparators. In order to establish a basis for comparing the different values, all r.m.s. errors have been referred to the corresponding deviations in the interior points, and the ratios $v' = m$ (exterior) : m (interior), $v'' =$ (marginal) : m (interior) have been calculated. The ratio figures for m_z and m_{px} are of course equal. Although the values v' and v'' differ slightly, nevertheless these two point groups were finally combined. In particular, we find:

- On the average there are 34% exterior points and 8% marginal points. With the RMK 21/18 and the RMK 15/23 about 37% of all points are outside the control point frame, and with the convergent camera 2 × RMK 21/18 and the plate camera RC 7a 10/14, even 47%.
- On the average the planimetric co-ordinates of the marginal points and those of the exterior points are either equally accurate or equally inaccurate, $v_k = 1.35$.
- For the planimetric co-ordinates, the accuracy decreases equally towards the edge with a photo-scale of 1 : 12,000 and a photo-scale of 1 : 8,000, at least for the analogue instruments.
- The survey cameras do not influence the accuracy decrease v_k .
- With the stereocomparators, v_k is a little larger than with the analogue instruments. This may be, because with convergent photographs the r.m.s. error m_k is relatively small for the interior points, and therefore the values v' and v'' as well as v become relatively large.
- The decrease in accuracy towards the edge v_k is somewhat larger with the A7 than with the C8.
- The heights of the marginal points are generally 15% less accurate than those of the other exterior points. For both point groups together, $v_z = 1.20$.
- For the heights, the decrease in accuracy towards the edge v_z , at photo-scale of 1 : 12,000 and 1 : 8,000, is practically the same.
- The influence of the survey camera on the accuracy decrease v_z is also slight. The values v_z are in the ratio of 1.00 : 0.80 : 1.20 : 1.10. Here the small value for the RMK 15/23 attracts attention, as it indicates that the heights of the exterior and marginal points are as accurate as the heights of the interior points. This may be caused by the r.m.s. errors m_z for the interior points being relatively large with the RMK 15/23, and therefore v' and v'' are correspondingly small. For this reason also v_z is smaller than v_k .
- v_z is equal for the stereocomparators and the analogue instruments.
- The decrease in accuracy towards the edge v_z is only slightly larger with the A7 than with the C8.
- The co-ordinates of the points outside the control point frame, therefore, are, on the average, 25% less accurate than those of the points within this frame. Since the decrease in accuracy is independent of photo-scale, of survey camera, and of restitution instrument, this decrease is probably caused by the method itself, i.e. by the relative and absolute orientation or by the co-ordinate transformation and the associated extrapolation.

14. Relative Errors from Deviations with Respect to Co-ordinate Means R and R^+

With respect to the first fundamental problem, the r.m.s. relative errors have been compiled for the measurements in analogue instruments and in the Stereocomparator 1818 (table 24). For solving additional problems, the results have been regrouped according to the different variables (like photo-scale, survey camera), separately for measurements giving paired co-ordinates, and for all measurements with analogue instruments (table 50). No summary is given for stereocomparators; for this refer to table 24. The measurements of restitution 11 have been included in the overall means of table 50. In particular, we find:

On the average, with the analogue instruments the r.m.s. relative error in planimetry $m_k = 14 \mu\text{m}$ in the model or $m_k = 6 \mu\text{m}$ in the photograph, with the Stereocomparator 1818 (plate photographs only) $m_k = 5 \mu\text{m}$ in the photograph.

There is little difference between the relative error m_k at photo-scale of 1 : 12,000 and that at photo-scale of 1 : 8,000, when both are measured in "µm in the model".

The r.m.s. relative errors m_k in "µm in the model" differ only slightly for all four survey cameras. In the sequence of the survey cameras (see table 1), the errors m_k in "µm in the model" are in the ratio of 1.00 : 1.05 : 1.00 : 0.95. If, on the other hand, m_k is calculated in "µm in the image", then the relationship changes in favour of the plate camera. Since v_m is almost equal for the first three cameras, only the last term of the proportion changes to 0.60.

The r.m.s. relative errors m_k in "µm in the model" are equal for photographs both with the plate camera RC 7a 10/14 at 1 : 12,000 scale and for photographs with the film camera RMK 15/23 at 1 : 8,000 scale, therefore also the r.m.s. relative errors in "cm in the terrain" are equal.

For the precision stereocomparators, no r.m.s. relative errors are available. If therefore only the results of the plate camera are taken, then the r.m.s. relative errors m_k in "µm in the image" of the measurements in the analogue instruments and the Stereocomparator 1818 are in the proportion of 1.00 : 1.20.

With the analogue instruments, on the average the relative height error $m_z = 28 \mu\text{m}$ in the model or $m_z = 12 \mu\text{m}$ in the photograph; these values represent approximately 0.075‰ of the flight height. The corresponding r.m.s. errors of the horizontal parallaxes are $m_{px} = 15 \mu\text{m}$ in the model or $m_{px} = 6 \mu\text{m}$ in the photograph. The errors of the comparator measurements are only half these values.

The r.m.s. relative error m_z and the r.m.s. error of the horizontal parallaxes m_{px} in "µm in the model" are approximately 10% larger at a photo-scale of 1 : 12,000 than at a photo-scale of 1 : 8,000.

The r.m.s. relative height errors m_z differ for the four survey cameras. The differences, however, are only up to 10%, when computing in ‰ of the flight height. Again a weighted mean has been formed from the information given in table 50. The errors m_z in "µm in the image" are in the proportion of 1.00 : 0.80 : 0.90 : 0.45; the corresponding errors m_{px} of the horizontal parallaxes are in the ratio of 1.00 : 1.35 : 1.20 : 0.70.

For the analogue instruments, the r.m.s. relative errors m_z in "µm in the model" with the plate camera RC 7a 10/14 at a photo-scale of 1 : 12,000 differ only slightly from those with the film camera RMK 15/23 at a photo-scale of 1 : 8,000. Therefore also the r.m.s. relative errors in "cm in the terrain" are equal.

- If the results of the plate photographs are compared, then the ratio of the r.m.s. relative errors m_z of the measurements in analogue instruments, to those in the Stereocomparator 1818, is 1.00 : 0.85, when both measurements are expressed in "μm in the image".

For the measurements in analogue instruments, the relative errors $\bar{m}_4$ were calculated from the co-ordinate means of all restitutions of a flight using equation (20) (see table 41). For the stereocomparators, no results are available, since only with restitution 19 had the models been measured three times. Therefore photo-scale and survey camera are the only variables. Table 51 gives the individual mean values, not including the measurements of restitution 11. The different meanings of m_4 and $\bar{m}_4$ have already been mentioned (see section 6.2). In particular, we find:

- On the average for the analogue instruments the r.m.s. relative error $\bar{m}_k = 20 \mu\text{m}$ in the model or $8 \mu\text{m}$ in the photograph.
- The r.m.s. relative error $\bar{m}_k$ is independent of the photo-scale.
- The r.m.s. errors $\bar{m}_k$ in "μm in the model" are almost equal for all four survey cameras. In the sequence of the survey cameras (see table 1), the ratio of the errors is 1.00 : 1.05 : 1.30 : 1.20. If $\bar{m}_k$ is expressed in "μm in the image", only the last term of the proportion changes to 0.75.
- On the average the r.m.s. relative height error $\bar{m}_z = 43 \mu\text{m}$ in the model or $18 \mu\text{m}$ in the photograph, which is approximately 0.12‰ of the flight height. The corresponding r.m.s. errors of the horizontal parallaxes are $\bar{m}_{px} = 23 \mu\text{m}$ in the model or $10 \mu\text{m}$ in the photograph.
- The r.m.s. relative height errors $\bar{m}_z$ in "μm in the model" are independent of the photo-scale.
- Also, the influence of the survey cameras on the relative height errors is negligible. In the sequence of the survey cameras, the ratio of the errors $\bar{m}_z$ in "μm in the image" is 1.00 : 1.15 : 0.95 : 0.65 and that of the corresponding errors $\bar{m}_{px}$ of the horizontal parallaxes is 1.00 : 1.95 : 1.25 : 1.00.

Table 27 lists the r.m.s. relative errors m_4 , separately for the interior, exterior, and marginal points. From these, for each flight, the decrease in accuracy towards the edge was derived. In order to ascertain the influence of the usual variables, the values of table 27 were again combined according to the additional problems. Table 52 contains the mean values for the analogue instruments. The values for the Stereocomparator 1818 were taken directly from table 27. Because of the different stereoscopic observations during the measurements, the errors for the measurements in the Stereoplanigraph C8 and the Autograph A7 (see section 7.3) have also been separated. The ratios v' and v'' (see section 7.3) have been calculated again, i.e. all r.m.s. errors were related to the corresponding errors of the interior points; finally the exterior and marginal points (all points outside the control point frame) were combined. In particular, we find:

- On the average, the relative errors m_4 of the exterior and marginal points are almost equal. For the planimetric co-ordinates, the decrease in accuracy towards the edge amounts to approximately $v_k = 1.24$.
- In the analogue instruments, v_k is independent of the photo-scale.
- The survey cameras have more effect on v_k here than with the absolute errors. In the usual sequence of the survey cameras (see table 1), the ratio of the values v_k is 1.00 : 1.00 : 1.10 : 1.20.

Strangely, for the C8 the decrease in accuracy is not greater than that for the A7. This happens probably because in the measurements with the A7, some of the errors of the interior points are very small. The values v_k are in the proportion of 1.00 : 1.20.

v_k is approximately 20% smaller for the Stereocomparator 1818 than for the analogue instruments. This applies only to plate photographs.

On the average the relative height errors m_4 of the marginal and exterior points are practically equal. For both point groups together, $v_z = 1.35$.

v_z this time is somewhat smaller with the photo-scale of 1 : 8,000 than with the photo-scale of 1 : 12,000.

The influence of the survey cameras on v_z is small. The values v_z are in the proportion of 1.00 : 1.25 : 1.15 : 0.95. Here v_z is largest with the RMK 15/23.

For the A7 the decrease in accuracy towards the edge slightly exceeds that for the C8.

v_z is approximately 20% smaller in the measurements with the Stereocomparator 1818 than in the measurements in analogue instruments. Again this applies only to plate photographs.

On the average the relative errors m_4 of the points outside the control point frame are 25% larger than the errors of the points situated within this frame.

From the co-ordinate means of all restitutions of a flight, the relative errors $\bar{m}_4$ were calculated (see section 6.2). These values (see table 42) are somewhat uncertain, but presumably sufficient for the purpose. No results are available for the stereocomparators, since only in restitution 19 were the models measured three times. The photo-scale and survey cameras are again the only variables. Table 53 contains the individual mean values, the ratio v' and v'' (vide section 7.3) as well as the values v for both point groups. In particular, we find:

For the relative errors $\bar{m}_4$ the ratios v are almost the same as for the absolute errors (see section 7.3).

On the average the relative errors of the exterior and marginal points are equal. The decrease in accuracy towards the edge for the planimetric co-ordinates is approximately $v_k = 1.36$.

v_k is only slightly larger with the photo-scale of 1 : 12,000 than with 1 : 8,000 scale.

The effect of the survey cameras on v_k is small, the values v_k being in the proportion of 1.00 : 1.05 : 1.10 : 1.00.

On the average, the relative errors $\bar{m}_4$ of the heights for the marginal points are a little larger than for the exterior points. For both point groups together, $v_z = 1.20$.

The decrease in accuracy towards the edge v_z , at the photo-scales of 1 : 12,000 and 1 : 8,000, is almost equal.

The influence of the survey camera on v_z is also small, the values v_z being in the ratio of 1.00 : 0.80 : 1.15 : 1.10. For the RMK 15/23 the same applies as under section 7.3.

On the average the relative errors $\bar{m}_4$ of the points, outside the control point frame, are 25% larger than the errors of the points within this frame.

7.5. Distance Accuracy D

In table 30, according to the second fundamental problem, we have compiled the r.m.s. distance errors separately, for distance groups and for restitution instruments. Under the assumption that both end points of the distance were measured with the same accuracy, we can convert the r.m.s. distance error into the r.m.s. co-ordinate error by using equation (22). Herewith we find the results for the first fundamental problem. For the solution of the additional problems, we compiled the results according to the different variables (photo-scale, survey cameras, etc.), separated for the measurements which gave co-ordinate pairs, for all measurements in analogue instruments (table 54) and also for those in stereocomparators (table 55). The same condition as in section 7.2 also applies to the model 1.62 of restitution 12. However, we must note that in the distance groups 3 and 4, i.e. if the end points lie in different models, one point lies in the model 1.61. In particular, we find:

- In the analogue instruments the r.m.s. distance error is on the average $m_s = 30 \mu\text{m}$ in the model or $13 \mu\text{m}$ in the photograph. In the stereocomparators $m_s = 9 \mu\text{m}$ in the photograph.
- The distance error m_s in " μm in the model" is equal in both scales.
- In order to determine the influence of the survey cameras on the r.m.s. distance errors, we calculated, for every distance group, the ratios of the r.m.s. errors m_s in " μm in the model" from tables 54 and 55, in the sequence of the survey cameras (see table 1), and conclusively we determined a weighted mean. After this, the r.m.s. errors are in the proportion of $1.00 : 1.05 : 1.15 : 0.95$, i.e. the r.m.s. distance errors m_s are practically equal in " μm in the model" for all four cameras. If we calculate, however, in " μm in the image" the last term of the proportion changes to 0.70. These ratios are not equal for analogue instruments and stereocomparators; however, it was evident that the differences between the individual distance groups are roughly twice as large as between both types of restitution instruments. If we group together the distances whose end points lie in one model, viz. groups 1, 2, and 5, then the ratio of the r.m.s. distance errors m_s in " μm in the model" is $1.00 : 1.20 : 1.20 : 1.05$. For the errors in " μm in the image" the last term is 0.75. If we group together the distances whose end points lie in different models, viz. the groups 3 and 4, then the ratio of the errors m_s in " μm in the model" is $1.00 : 0.90 : 1.05 : 0.85$. This time, the last term is 0.55 for m_s in " μm in the image". The largest differences thus show up in the RMK 15/23 and RC 7a 10/14. They may result in both cases from the additional errors in fitting. The results obtained from groups 1, 2, and 5 appear therefore to be more reliable.
- With the analogue instruments, the r.m.s. errors m_s in " μm in the model" of the photographs 1 : 12,000 taken with the plate camera RC 7a 10/14, are generally hardly larger than the errors m_s of the photographs 1 : 8,000 taken with the film camera RMK 15/23. For this reason the r.m.s. errors in "cm in the terrain" correspond. This fact also applies to the measurements with stereocomparators. Generally the differences of the r.m.s. errors in the distances of groups 3 and 4, for both types of instruments are again relatively larger than in the distances of groups 1, 2, and 5. It is striking that, on the plate photographs, the short sloping distances of group 5 are more accurate than the short distances of group 1. For the distances of group 3, however, the ratio of the errors m_s is roughly $1.00 : 1.20$.
- The errors m_s in " μm in the image" of the measurements in the analogue instruments — with $v_m = 2.5$ — and in the stereocomparators are in the proportion $1.00 : 0.70$.

Conclusively we compare the distance errors according to groups. From the data of the tables 54 and 55, we calculated the ratios of the r.m.s. errors of the individual groups. From this we get a weighted mean, according to the number of restitutions, and found the ratios to be: 1.00 : 1.45 : 1.80 : 1.55 : 1.00. From this, it follows:

- a) $m_{s1} : m_{s5} = 1.00 : 1.00$, i.e. the distances of groups 1 and 5 are equally accurate. The height differences of the end points of the distances have no effect on the accuracy of the short distances.
- b) $m_{s1} : m_{s2} = 1.00 : 1.45$, i.e. within the model, the long distances are less accurate than the short ones. The difference is larger than the decrease in accuracy towards the edge.
- c) $m_{s3} : m_{s4} = 1.00 : 0.85$, i.e. the long distances are more accurate than the short distances when the end points lie in different models. The difference may result from the decrease in accuracy towards the edge.
- d) $m_{s2} : m_{s4} = 1.00 : 1.05$, i.e. the long distances are equally accurate, whether the end points lie in the same model or in different models.

At last we combined the r.m.s. distance errors of groups 1 and 5 for the analogue instruments, transformed the values into a r.m.s. co-ordinate error with equation (22), and obtained a r.m.s. relative error. This error is slightly larger than that of table 50. Out of the errors m_s of the groups 2 and 4 on one hand, and the group 3 on the other, we found the r.m.s. co-ordinate error $m_k = 10$ cm and 12 cm respectively. Particularly the last error can be compared with the r.m.s. absolute error according to item 3 of the computing program. Here again it is confirmed that the r.m.s. error computed from the deviations of the points measured twice and situated in the marginal zones, gives a good indication for the absolute accuracy.

7.6. Systematic Errors computed from the Co-ordinate Means S and S+

With respect to the first fundamental problem, we have compiled, in table 33, the quadratic average of the systematic errors for the measurements in the analogue instruments and in the Stereocomparator 1818. For the solution of the additional problems, we also compiled the results according to the different variables (photo-scales, survey camera, etc.), separately for the measurements which give co-ordinate pairs, and for all measurements in analogue instruments (table 56). The summary for the stereocomparators falls out. For this we refer to table 33. The measurements of restitution 11 are included in the overall mean of table 56. In particular, we find:

- In the analogue instruments the quadratic average of the systematic errors is $m_k = 25 \mu\text{m}$ in the model or $11 \mu\text{m}$ in the photograph; in the Stereocomparator 1818 (only plate photographs) $m_k = 5.5 \mu\text{m}$ in the photograph.
- The quadratic average of the systematic errors m_k in " μm in the model" is equal for both photo-scales.
- The effect of the survey camera on the r.m.s. systematic error m_k is somewhat larger than on the r.m.s. relative errors. We computed a weighted mean from the data of table 56. The errors m_k in " μm in the model" are proportional to each other, in the usual sequence of the survey cameras (see table 1), as 1.00 : 1.15 : 1.45 : 1.15. If we calculate, however, m_k in " μm in the image" then the ratio changes in favour of the plate camera, the last term of the proportion is then 0.70.

- The r. m. s. systematic errors m_k in "μm in the model" of the photographs 1 : 12,000, taken with the plate camera RC 7a 10/14, are also roughly 10% larger than those of the photographs 1 : 8,000 taken with film camera RMK 15/23; therefore the r. m. s. errors in "cm in the terrain" for both scales are equal.
- In case of the precision stereocomparators, no r. m. s. errors are available. If we compare therefore the results of the plate photographs only, then the errors m_k , in "μm in the image", for the measurements in the analogue instruments and in the Stereocomparator 1818 are in the proportion of 1.00 : 0.70.
- With the analogue instruments, the r. m. s. systematic error m_z , on the average, is 51 μm in the model or 22 μm in the photograph, this is roughly 0.14‰ of the flight height. The corresponding r. m. s. errors of the horizontal parallaxes are $m_{px} = 28$ μm in the model and 12 μm in the photograph respectively. The errors of the comparator measurements (plate photographs only) are half this amount.
- The r. m. s. systematic errors m_z and the r. m. s. errors of the horizontal parallaxes m_{px} in "μm in the model" are with the photo-scale of 1 : 12,000 roughly 10% and 15% smaller respectively than with the scale of 1 : 8,000; the differences are still slightly larger if we calculate in "μm in the image".
- The ratio of the r. m. s. error of the heights m_z in "μm in the model" for the RMK 15/23 compared to the error m_z for the remaining survey cameras, is 1.00 : 0.75. From the data of table 60 (part 2) we find that, for the errors m_z in "μm in the image", the ratio is 1.00 : 1.30 : 1.00 : 0.65 and, for the corresponding error m_{px} of the horizontal parallaxes, the ratio is 1.00 : 2.20 : 1.30 : 1.00.
- The same as in section 7.2 applies for the additional problem 4b.
- If we compare the results of the plate photographs, the ratio of the r. m. s. systematic errors m_z of the measurements in the analogue instruments in "μm in the image", to those in the Stereocomparator 1818 is 1.00 : 0.75.

With the help of the graphical representations (see section 6.1), we derived the systematic errors from the co-ordinate means of all restitutions of a flight (see table 38). Table 57 contains the individual mean values. The measurements of restitution 11 are not included here. We have pointed already to the different meanings of m_z and $\bar{m}_z$ (see section 6.1). In particular, we find:

- With the analogue instruments, the quadratic average of the systematic errors $\bar{m}_k = 18$ μm in the model or $\bar{m}_k = 8$ μm in the photograph.
- The r. m. s. systematic error $\bar{m}_k$ is independent of the photo-scale.
- The effect of the survey camera on $\bar{m}_k$ corresponds to that on m_k . The ratio of the errors $\bar{m}_k$ in "μm in the model", in the normal sequence of the survey cameras (see table 1), is 1.00 : 1.30 : 1.50 : 1.15. But, if we calculate in "μm in the image", the last term of the proportion changes to 0.75.
- On the average the r. m. s. systematic error $\bar{m}_z$ in the analogue instruments is 34 μm in the model and 15 μm in the photograph respectively; this is roughly 0.10‰ of the flight height. The corresponding r. m. s. errors of the horizontal parallaxes $\bar{m}_{px} = 19$ μm in the model and 8 μm in the photograph respectively.
- The r. m. s. systematic height errors $\bar{m}_z$ in "μm in the image" are also practically independent of the photo-scale.

- The ratio of the r.m.s. errors $\bar{m}_z$ of the heights in "μm in the model" for the RMK 15/23 to those for the other cameras is 1.00 : 0.65. From the data of table 57, we find the ratio 1.00 : 1.60 : 1.05 : 0.70 for the errors $\bar{m}_z$ in "μm in the image", and for the corresponding errors $\bar{m}_{px}$ of the horizontal parallaxes 1.00 : 2.80 : 1.40 : 1.05.

Table 36 contains the quadratic average of the systematic errors, separated for the interior, exterior and marginal points. From this we derived for every flight the decrease in accuracy towards the edge. In order to consider the effect of the normal variables, we combined again the values of table 36 according to the additional problems. Table 58 contains the mean values for the analogue instruments. We obtain the values for the Stereocomparator 1818 directly from table 36. Table 58 contains, moreover, the ratios v' and v'' (see section 7.3), as well as the values v for both point groups. Because of the different stereoscopic observation, we moreover have separated the errors for the measurements in the Stereoplanigraph C8 and in the Autograph A7 (see section 7.3).

However, we also computed the systematic errors from the co-ordinate means of all restitutions of flight (see section 6.1). Though these values of table 39 were determined half-graphically, and therefore are somewhat unreliable, they probably are sufficiently accurate for the purpose (see section 7.4). In table 59, we compiled the mean values according to the variables of the additional problems, and calculated from this also the values v' and v'' as well as v , i.e. we referred all r.m.s. errors to the respective errors of the interior points. In particular, we find:

- The r.m.s. systematic errors of the exterior and marginal points are nearly equal. The decrease in accuracy towards the edge is $v_k = 1.34$ and $v_z = 1.12$ respectively. Also the r.m.s. systematic errors $\bar{m}_8$ of the points, outside the frame of the control points, are generally 25% larger than the errors of the points within this frame.
- The values of v_k and v_z are for both scales nearly equal.
- The effect of the camera type on v_k and v_z is small. The ratio of the values v_k , in the usual sequence of the survey cameras (table 1), is 1.00 : 0.85 : 0.95 : 0.90, and the ratio of the values v_z is 1.00 : 0.75 : 1.25 : 1.05. Only the small value v_z for the RMK 15/23 and the larger value for the $2 \times$ RMK 21/18 are again striking (see section 7.3).

The ratios for the errors m_8 are similar. The influence of the different restitution instruments can be derived from the values of table 58. In particular, we find:

- The decrease in accuracy towards the edge for the C8 is again somewhat smaller than for the A7.
- The v -values for the analogue instruments and for the Stereocomparator 1818 are equal (comparison of the plate photographs).

8. Result

8.1. Results of the Analysis

In table 60 we summarized one part of the errors from section 7 especially, and from this we get a better review. We distinguish between the followings variables:

- Co-ordinate errors m_k , and height errors m_z in "μm in the image", and also errors of the horizontal parallaxes m_{px} in "μm in the model".

- Errors according to the computing program, together with the additional according to section 6.
- Restitution instruments (see table 3).
- Survey cameras (see table 1).

At the top of table 60, the number N of the respective restitutions, the ratio v_m of model scale to photo-scale, and also the base-height ratio ϑ_m are given; the last column contains the references to the tables from which the numerical values were taken. For the analogue instruments, we have averaged the errors for the first three survey cameras only, because for these v_m is nearly equal. The differences, with respect to the errors for photographs taken with plate camera, nearly disappear if we calculate the errors m_k and m_z in "μm in the model". In order to be able to compare the r.m.s. distance errors m_s according to item 5 of the computing program with the remaining r.m.s. error, we transformed those errors with equation (22) into a r.m.s. co-ordinate error m_k . With the measurements in the comparators the errors in "μm in the image" are equal to the errors in "μm in the model", because $v_m = 1$. Table 60 answers the question which accuracy (planimetry and height) is obtainable with different photographic conditions. With equation (22), we find the distance accuracy. This however, does not yet answer the question on the accuracy with different photo-scales (see problem 1 and 2 of the test program, section 2.1). Particular we mention:

- The r.m.s. absolute errors m_3 are with analogue instruments roughly 3.5 times, and with the stereocomparators roughly 5 times as large as the measuring errors m_1 .
- The fitting errors m_2 and the absolute errors m_3 are nearly equal.
- The relative errors m_4 , computed from the deviations with respect to the mean of the three independent measurements of a model (dispersion of the co-ordinates with repeated model orientation), are about half the amount of the absolute errors m_3 .
- The relative errors $\bar{m}_4$ from the deviations with respect to the mean of all restitutions of a flight, however, are somewhat larger than the error m_4 .
- We have given already in section 7.5 the results of the distance comparisons. From this it follows that the ratio of the r.m.s. errors of the short distances, whose end points lie in the same model (groups 1 and 5), compared to the r.m.s. errors of the long distances, whose end points lie in the same model or in different models (groups 2 and 4), and compared to the r.m.s. errors of the short distances, whose end points lie in different models, is 1.0 : 1.5 : 1.8. The r.m.s. error m_{s1} of the short distances whose end points lie in one model, is 9 μm in the photograph with analogue instruments. This corresponds approximately with the relative error m_4 .
- We only represented the r.m.s. systematic error m_8 for sake of completeness since the errors $\bar{m}_4$ and $\bar{m}_8$ were not available for the stereocomparator measurements. This error m_8 is for all 4 cameras remarkably larger than the relative error m_4 , and therefore essentially determines the total error m_3 .

We shall now calculate the influence of the different variables such as photo-scale, survey camera etc. on the remaining problems of the test program. In table 61, we have, contrary to table 60, not summarized the numerical values of the individual errors, but the different ratios V of the r.m.s. errors instead. They are given separately according to the different problems, according to items of the computing program, and separated for the errors m_k and m_z . At the top of the table, the quotient Q_m of the respective v_m values is given. One of these values we have used as a unit. For each value, we considered the number of restitutions when compiling the measure-

ments made with the analogue instruments and stereocomparators. In computing the mean values we assumed, on the other hand, the ratios V to be equally accurate. To obtain a measure for the uncertainty of these V -values, we calculated the dispersion of some r. m. s. errors (items 3, 4, and 8 of the computing program), and from that the dispersion of V . For the analogue instruments, the average values of the r. m. s. errors m_k and m_z for each flight have a dispersion of about 0.8 and 1.8 μm respectively; i. e. about 8%. With the stereocomparators, this dispersion — when expressed as a percentage — is larger by a half. From this it follows, that the V -values in table 61 are also accurate to about 10%. As a solution of the given problems, we found the following results from our measurements:

— Problem 3.

The ratio of the r. m. s. co-ordinate error m_k in "μm in the image" of the photographs at 1 : 8,000 scale compared to those at 1 : 12,000 scale is 1.00 : 0.95, and the ratio of the r. m. s. height errors m_z is 1.00 : 0.90. Since the proportion Q_m of the values v_m in the analogue instruments is 1.00 : 1.05, all r. m. s. errors are independent of the photo-scale. The tendency is that the errors become smaller for smaller scales. This is clearly shown by the height errors m_z of the comparator measurements, whose proportion is about 1.0 : 0.8 (compare table 62). Perhaps it might be of interest to point out here that signals of the same size were used for both photo-scales.

— Problems 4a, 5, 6, and 7.

We combined these problems since they concern the relationships between the four survey cameras. We chose the r. m. s. errors from the normal-angle photographs as unit. In the sequence of the 4 cameras (see table 1) the r. m. s. errors m_k in "μm in the image" on the average had the ratio 1.00 : 1.10 : 1.20 : 0.75, while the r. m. s. errors m_z in "μm in the image" (without the r. m. s. absolute and systematic errors of flights 1.2 and 1.6) had the ratio 1.00 : 0.95 : 1.05 : 0.60, or expressed in "‰ of the flight height" 1.00 : 1.25 : 1.05 : 1.20. If, on the other hand, we calculate the error in "μm in the model", then only the last term of both initial proportions changes into 1.15 and 0.95 respectively for analogue instruments, since the v_m -values of the first three cameras are nearly equal. The differences between the measurements in analogue instruments and those in stereocomparators are here larger (compare table 62). On the average, the V -values, in the different items of the computing program, varied with 12% from one another (max. 49%). It strikes that the ratio of the errors in "μm in the image" are very similar for both types of instruments. The relative errors m_k are approximately proportional to the mean model sides (square-root of the model area). The same applies for the systematic errors and therefore also for the r. m. s. absolute errors. To what extent the photo size indirectly (i. e. through v_m) plays a role, remains undecided (compare for instance m_4). No definite statement can be made regarding the ratio of the r. m. s. height errors.

We now combine the results of the three film cameras. The ratio of the r. m. s. errors m_k in "μm in the image" with these film cameras compared to that of the plate camera is 1.00 : 0.65, and for the errors m_z the ratio is 1.00 : 0.60. The difference in accuracy in both cases corresponds with Q_m , i. e. the differences disappear if we compute the r. m. s. errors in "μm in the model" (problem 4a). The r. m. s. errors m_k obtained from normal-angle vertical photographs differs greatly from those from normal-angle convergent photographs, whereas the errors m_z are nearly equal. The gain acquired through the larger base-height ratio with convergent photographs is thus lost through other errors. The differences, however, are not so pronounced in the comparator measurements (problem 5). Compared to the wide-angle vertical

photographs, both the planimetric errors m_h and the error m_z of normal-angle convergent photographs are about 10% larger. The value of m_z in our example changes to the advantage of the convergent photographs if we compute in “‰ of the flight height” (problem 6). On the other hand, the planimetric errors m_h of the wide-angle vertical photographs are 10% larger than those of the normal-angle vertical photographs and the height errors m_z , despite the large base-height ratio, are almost of the same magnitude in our example. The differences, this time, are still larger with the comparator measurements — this applies also for m_z if the errors are calculated in “‰ of the flight height” (problem 7).

— Problem 4b.

If we now compare the r. m. s. errors m_h in “ μm in the image” of photographs taken with the film camera RMK 15/23 at 1 : 8,000 scale to those taken with plate camera RC 7a 10/14 at 1 : 12,000 scale, we obtain a similar ratio as in problem 4a, i. e. 1 : $V_h = 1.00 : 0.70$. This difference in accuracy is annulled by the different photo-scales, when we convert the errors into “cm in the terrain”. The same applies at least to the measuring errors and to the relative errors m_z .

— Problem 8.

If we combine the r. m. s. errors m_h in “ μm in the image” obtained from the measurements with analogue instruments, then the ratio of these errors (with $v_m = 2.5$) to those of the measurements with the stereocomparators are 1 : $V_h = 1.00 : 0.65$; correspondingly, the ratio 1 : $V_z = 1.00 : 0.85$, i. e. the errors m_h of the comparator measurements are about a third smaller than those of the measurements using analogue instruments. Contrarily, the differences in the height errors m_z are rather small. It is remarkable to note the small differences between the r. m. s. errors m_z of the same photographs observed on different restitution instruments.

Finally, we compiled the values v_h and v_z of the decrease in accuracy towards the edge, separated again according to survey cameras and instruments used (table 63). We only represented the v -values for m_h for sake of completeness, since the errors $\overline{m}_4$ and $\overline{m}_8$ are not available for comparator measurements. The v -values of the relative errors m_4 are somewhat uncertain (table 52); the same applies to the v -values obtained from the co-ordinate means of all restitutions of a flight (tables 53 and 59). We therefore avoided giving the individual values Q , but instead we give the mean values of all five determinations in table 64, because the individual values v_h and v_z corresponded reasonably. On the average, $v_h = 1.35$ and $v_z = 1.25$, when omitting the heights of the RMK 15/23, then $v_z = 1.30$. We then calculated the influence of the photo-scale and of the survey camera on the decrease in accuracy towards the edge, and found the following results:

— Problem 3.

The ratio of values v_h and v_z of photographs at 1 : 8,000 scale compared to those at 1 : 12,000 scale is 1 : $Q = 1.00 : 0.95$, i. e. the decrease in accuracy towards the edge is independent of the photo-scale.

— Problems 4a, 5, 6, and 7.

We computed the ratio of the values v_h in the sequence of the survey cameras (compare table 1), and found this to be 1.00 : 0.90 : 1.10 : 0.90; and for the values v_z we found 1.00 : 0.85 : 1.20 : 1.05. These ratios are similar for both types of instruments (compare table 64). It is striking that the decrease in accuracy towards the edge with normal-angle vertical photographs is in no way smaller than with the

other cameras. The accuracy decrease towards the edge with respect to the heights, with camera 15/23 is so small, because the heights of the interior points are comparatively inaccurate.

Problem 8.

On summarizing the σ -values of the different instruments, we find no remarkable differences between the measurements with analogue instruments and the stereocomparators (compare table 63). Also the differences between the measurements with the Stereoplanigraph C8 and those with the Autograph A7 are small (compare table 64).

8.2. Comparison with some other Tests

Apart from the survey cameras and the restitution instruments, the elevations of points probably affect the accuracy; for this reason for the test field of Reichenbach, contrary to Oberriet, a hilly and partly mountainous terrain was chosen. We will compare the results of these two tests, and will also include, in our comparison, some results of further international tests as far as these results are compatible, to some extent, with the given prerequisites (vide table 65). Concerning these tests we have the following:

— In the Monti di Revöira test, three different survey cameras were used (vide [7]). In each model, there were 6 to 11 control points. The r. m. s. errors of the check points were divided into a constant, a systematic, and a random component. The gross errors (about 5%) were eliminated beforehand. It is, however, not known whether all three co-ordinates of a point have been eliminated, in case one of these co-ordinates had a gross error. Also about the model scales, the report gives no information; the values contained in table 65 have been estimated. The random errors correspond approximately to our relative, and the total errors to our absolute errors. We did not calculate constant errors, they are contained in our systematic errors. For the measurements with the stereocomparator, the systematic errors were combined with the random errors; for this reason, we limit ourselves to the total errors, since no other comparison is possible. The large distance error in case of convergent photographs is remarkable.

— In the Renfrew test, the check points for the height measurements were properly defined but not signalized (vide [10] and [8]). We mention the results on account

- As regards the prerequisites to the Oberriet test of the OEEPE, *Lehmann* reported in [11]; the first results were published by *Gotthardt* [1]. Besides this, there are some reports by the restitution centres. *Stickler* tried to interpret the results [12] (see also [2]). A report on further results, especially about the accuracy of distances, is still being worked upon (compare also [5]). The longest distances are 300 m in the terrain. These distances, measured in "cm in the image", thus have varying lengths according to the photo-scale. In the test, a distinction is made between directly measured field-distances and those whose field-lengths are derived from terrestrially determined co-ordinates, as well as between distances whose end points lie in the same model and those whose end points lie in two different models (distance tests I and II).

The ITC Delft sorted out those points, for each flight, which all restitution centres had measured, and transformed once more the co-ordinates of all models using all check points. With these transformed co-ordinates, ITC repeated the distance comparison, but this time, choosing distances within 10 cm in the photograph, and so that both end points lie within the same model (distance test III). The graphical representations of the r.m.s. distance errors m_s from distance tests I and III, as function of the distance s , show the well-known increase of error (compare [9]). From the r.m.s. distance errors m_s , we calculated the r.m.s. co-ordinate error m_k , using equation (22). We consider the errors m_k computed from short distances as relative, and those computed from the long distances, as absolute errors (compare table 65). The r.m.s. errors from distance test II have approximately the same magnitude. With this, the spread of the r.m.s. errors is given at the same time.

In the Oberriet test there were used three different survey cameras. Further variables were the size of signals (diameters from 30 cm to 80 cm), the photo-scale (1 : 4,600 to 1 : 21,500), and the restitution instruments (5 analogue instruments). The publications do not contain exact information about the model scales; we got them from the restitution protocols.

- At the congress of the International Society for Photogrammetry in Lisbon, *Dubuisson* presented the results of restitutions of a part of the city of Bezons [13]. There were photographs from 5 flights, at a scale between 1 : 2,100 and 1 : 2,700, taken with the RC8 15/23. We are only interested in the co-ordinate measurement of signalized points and not in the plotting at 1 : 500. The results were exhaustively published, but unfortunately not quite uniformly and definite; for instance, sometimes it is not clear whether a co-ordinate error m_k or a position error m_p is meant.
- At the Congress in Lisbon, *Möller* also presented a report on the international test of Reichenbach (1962—1964) [14]. This concerned photographs of flight 1.2. The results can therefore be directly compared with ours, although different photographs and different check points are involved. The number of gross errors (0.2%) was much smaller than with Monto di Revöira or Oberriet. *Möller* made a distinction between points within the control point framework and marginal points. If we take the arithmetic mean of his minimum and maximum values, then we find the decrease in accuracy towards the edge to be $v_k = 1.26$ and $v_z = 1.07$. The proportion $m_y : m_x$ corresponds approximately to the proportion of the square root of the model sides (1.32 with the RMK 15/23). Exact information on the model scales was not given. For each of both restitution groups, we combined the co-ordinate errors m_x and m_y , and from these computed the co-ordinate error m_k . Finally, the ratio of the absolute errors to the fitting errors was derived. The values varied between 1.14 and 1.23. We waived to derive r.m.s. fitting errors from the r.m.s. absolute errors already available.

between twice and three times the error obtained with the stereocomparators. The operator obviously can see and measure very small parallaxes in the stereocomparator (compare the restitution in the Stereocomparator 1818). Can he also see and measure these parallaxes in the analogue instruments?

- 5) On the other hand, it strikes that the fitting errors and the absolute errors in height as well as the corresponding errors of the horizontal parallaxes m_{px} in " μm in the image", for analogue instruments and for stereocomparators, are practically equal for all four survey cameras. Does this mean that it is not the observation errors or measuring errors that really count, but the errors in the photographs instead? It is only with the planimetric co-ordinates, that the r.m.s. errors of the measurements in the stereocomparators are smaller by about 30% than those of the analogue instruments.
- 6) New investigations showed that already a co-ordinate error of $\pm 4\mu\text{m}$ can be introduced by the process of copying original-negative film onto diapositive plates [15]. The investigation should be repeated, and above all be extended to plate photographs. The existing comparator measurements could be used in a pre-investigation, and the computations which we have carried out for flight 1.6 could be extended to the other flights. The relative error $\bar{m}_4$ contains a part of the error m_4 , corresponding to the number $i = 3$ of model orientations. In our case therefore, there remains a difference in the r.m.s. errors m_k of $\pm 7\mu\text{m}$. Besides the copying errors, this includes also the instrument adjustment errors, whose magnitude could be determined from the calibration reports which we have so far not considered. It would also be advisable to extend the investigations to comparator measurements.
- 7) With the stereocomparator measurements, the relative orientation is computed afterwards. Though theoretically any number of orientation points may be used, in practice we restrict ourselves to 10—20 points. This number, however, is much higher than in the case of analogue instruments, where relative orientation is executed using parallaxes in 5 or 6 points. Systematic errors in these points lead to model deformation and thereby to systematic height errors. How accurate is the relative orientation in the analogue instruments in comparison to that obtained from comparator measurements? (Compare [8] and item 6 of the draft of an initial computing program in section 4.1).
- 8) According to the "rules for the measurements", the vertical parallaxes in 15 and 25 points respectively, are to be measured after concluding the measurements of the signalized points. These parallax measurements have not yet been investigated. They could be utilised in computing the relative orientation, or be compared, by any means, with the residual parallaxes of the comparator measurements (see item 10 of the draft of an initial computing program in section 4.1).
- 9) The absolute orientation of the models influences the absolute errors. If we transformed the model co-ordinates of one restitution to those of another, then we would eliminate this error influence — especially the systematic error — and obtain thereby a relative accuracy once again. We have to distinguish here between measurements made by the same restitution centre and those of different restitution centres. Besides, we can apply the co-ordinates after the relative orientation with 5 or 6 points or after an improved orientation (see note 7 above). Such an investigation would be useful to explain the question in note above 5. (Also see item 7 of the draft of an initial computing program in section 4.1).

- 10) We derived a measure for the relative planimetric errors from the distance errors. In the same way, we can determine the relative height accuracy from height differences of neighbouring points (see item 5.2 of the draft of an initial computing program in section 4.1).
- 11) Marginal points are about 30% less accurate than points within the framework of the control points. As a result, for instance, short distances whose end points lie in two different stereomodels show larger r.m.s. errors than long distances. Is this because of the extrapolation? Can another type of absolute orientation or a greater number of control points reduce the decrease in accuracy, so that the absolute and the relative errors become nearly equal or the systematic errors become smaller? (Vide [16] and [17]). How large are the so-called constant errors? (Vide the tests of Monti di Revöira and Reichenbach of the International Society for Photogrammetry, [7] and [14]). Do the further results of the Oberrieth test already give some answer on this question? (Vide item 6 of the draft of an initial computing program in section 4.1.)
- 12) What we have said in note 11 above about the planimetric co-ordinates also applies for the heights. The absolute orientation in height, using 4 or 5 control points, is even less certain and favourable than the absolute orientation of planimetry, since only five error equations exist for three unknowns (see [8] and item 9 of the draft of an initial computing program in section 4.1). How large are the constant errors?
- 13) The decrease in accuracy towards the edge is practically independent of both the survey camera and the restitution instrument. How far does this agree with the theory? (Vide for instance [17]).
- 14) According to the statistical researches of Möller, there exists no relationship between the planimetric errors and the height errors. This statement should be checked by tests and once again be checked theoretically, given the large systematic planimetric and height errors.
- 15) We also calculated the proportion $m_x : m_y : m_z$ for the different r.m.s. errors according to the computing program, separated for the four survey cameras. The empirically found rule of Möller (compare [14]) is, apart from the m_z of the flights 1.2 and 1.6, to some extent confirmed by our measurements (deviations of up to 10%). The interrelation existing between the r.m.s. errors should also be derived theoretically, and that for all kinds of errors in our computing program.
- 16) The absolute errors and the systematic errors are definitely correlated. Such a correlation was to be expected in the heights with our photographs taken with the RMK 15/23. It also exists in a similar way with the other film cameras and even with the plate camera RC 7a 10/14; it is also present in the planimetric co-ordinates, in all cases. It should be checked which errors do cause this correlation and whether for example they are the same both for film and plate cameras.
- 17) The r.m.s. co-ordinate errors m_k of the measurements with wide-angle photographs on film of size 23 cm $\times$ 23 cm vary between 10 μ m and 27 μ m (average value 15 μ m); the height errors m_z lie between 18 μ m and 38 μ m (average value 29 μ m). The r.m.s. errors m_k of the measurements with the corresponding plate photographs of size 14 cm $\times$ 14 cm vary, however, between 6 μ m and 17 μ m (average value 10 μ m), and the height errors m_z lie between 12 μ m and 22 μ m (average value 16 μ m). The proportion V_k of both planimetric errors m_k is thus 1.5 : 1 that of the height errors 1.8 : 1; i.e. the planimetric errors in "cm in the terrain" are equal in both cases

for the same flight height; whereas the height errors are larger from the film photographs than from the plate photographs. Because of the dispersion of the individual errors, and the remarks in note 5 above, the comparison should once more be repeated independently (vide problem 4b of the test program).

- 18) The question as to the significance of the accuracy differences was not answered. Before carrying out any further similar tests, the following should therefore be clarified: what is the most favourable number of models, number of points per model, number of repetitions of the measurement of each model, and restitution centres (instruments), so as to obtain the greatest significance of the results with a given number of observations? In our Reichenbach test, we used for example two models per flight, each having 80 check points. Each model was three times measured independently by an average of 5 restitution centres in the case of analogue instruments, so that for each flight about 2400 observations were at hand. For stereocomparators, there were an average of about 450 observations per flight. Would the significance have been the same, if we had used 7 models, each containing 7 check points and if each model had been measured independently 7 times by 7 restitution centres, or if, in an extreme case, one model with 2400 points had been measured only once?

Bibliography

- [1] *Gotthardt, E.:* Rapport sur les premiers résultats de l'essai d'«Oberriet» de la Commission C de l'OEEPE. — Report on the first results of the testfield Oberriet of Commission C of the OEEPE. — *Photogrammetria* XV (1958—1959), (Publ. Spéc. O.E.E.P.E., No. II), Pages 114 etc. (in French, German and English).
- [2] *Förstner, R.:* Bericht über die Tätigkeit und Ergebnisse der Kommission C der O.E.E.P.E. (1956—1960). — *Photogrammetria* XVI (1959—1960), (Spec. Congr.-No. C), pages 352—357.
- [3] *Förstner, R.:* Kurzbericht über die Arbeiten in der Kommission C der OEEPE. — *Nachr. Kt.- u. Vermess.-wes., Ser. V, No. 2, OEEPE-Sonderveröff.* (Publ. spéc.) No. 1, Frankfurt a. M. 1962, pages 31 and 32.
- [4] *Förstner, R.:* Rapport sur les travaux et les résultats de la Commission C de l'OEEPE (1960—1964). — *Publ. off. No. 1, Frankfurt a. M. 1964, pages 29—40.*
- [5] *Stickler, A.;
Waldhäusl, P.:* Interpretation der vorläufigen Ergebnisse der Versuche der Kommission C der OEEPE aus der Sicht des Zentrums Wien. — *Österr. Z. Vermess.-wes., OEEPE-Sonderveröff.* (Publ. spéc.), Nr. 3, Wien 1967, 4 pages, 9 tables and 2 figures.
- [6] *Förstner, R.:* Das Versuchsfeld Reichenbach. — *Nachr. Kt.- u. Vermess.-wes., Ser. Sonderhefte, OEEPE-Sonderveröff. No. 7* (in preparation).
- [7] *Härry, H.:* The Results of the Experiment Work Monti di Revöira 1958—1960. — *Internat. Arch. Photogramm. Vol. XIII, Part 2, 1961; General Report of Commission IV, Part 2, pages 5—22.*

[8] *Förstner, R.:*

Weitere Ergebnisse aus dem internationalen Versuch Renfrew. — *Nachr. Kt. u. Vermess.-wes.*, Ser. I, No. 27, Frankfurt a. M. 1964, pages 5—39.

also see:

Further results of the Renfrew International Experiment. — *Canad. Surv.*, XVII (1963), pages 27—35 u. pages 60—67.

[9] *Förstner, R.:*

Der Streckenfehler bei photogrammetrischen Koordinatenmessungen. — *Bildmess. u. Luftbildwes.* 1955, pages 65—75 and pages 110—117.

[10] *Blachut, T. J.:*

Results of Experimental Plotting for 1 : 50,000 Maps. — *Internat. Arch. Photogramm.*, Vol. XIII, Part 2, 1961, Report of Commission IV/3;

also see:

Canad. Surv., XV (1960), pages 138—160.

[11] *Lehmann, G.:*

Compte-rendu des travaux de la Commission C de l'O.E.E.P.E. effectués jusqu'à présent. — Report on the work hitherto achieved by Commission C of the O.E.E.P.E. — *Photogrammetria* XII (1955—1956), (Spec. Publ. O.E.E.P.E. Nr. I), pages 141 etc. (in French, German and English).

[12] *Stickler, A.:*

Interpretation of the Results of the O.E.E.P.E. Commission C — *Photogrammetria* XVI (1959—1960), pages 8—16 (in English and German).

[13] *Dubuisson, B. L. Y.:*

Rapport sur les travaux expérimentaux de levé au 1/500. — X. Internationaler Kongreß für Photogrammetrie, Lissabon, Bericht der Arbeitsgruppe IV/2. *Nachr. Kt.- u. Vermess.-wes.*, Ser. V, No. 8, Frankfurt a. M. 1964, pages 5—27.

[14] *Möller, S. G.:*

Report of the International Controlled Experiment Reichenbach 1962—1964. — X. Internationaler Kongreß für Photo-

The Most Important Notations

h_g	Flight height above ground
ϑ	Base-height ratio
$1 : m_b$	Photo-scale
$1 : m_m$	Model scale
$v = m_b : m_m$	Enlargement ratio
v_m	Mean value of v
Q_m	Quotient of two values v_m
m	r. m. s. error (estimated value)
m_k	r. m. s. error of planimetric co-ordinates
m_z	r. m. s. error of heights
m_s	r. m. s. error of distances
m_{px}, m_{py}	r. m. s. error of parallaxes
$m_1, m_2, \dots m_8$	r. m. s. errors according to the computing program
$\overline{m_4}, \overline{m_8}$	r. m. s. errors according to the additional computations
V_k, V_z	Ratios between two r. m. s. errors m_k and m_z respectively
v_k, v_z	Accuracy decrease towards the edge of the image (ratio of two r. m. s. errors)
Q_k, Q_z	Quotient of two values v_k and v_z respectively
n	Number of observations
$n_a, n_b, \dots n_l$	Point omissions
n_s	Number of distances
$n_1, n_2, \dots n_8$	Number of check values in the different items of the computing program
n_P	Number of control points
n_V	Number of check points
u	Number of unknowns
N	Number of restitutions
$q \triangleq x, y, z$	Co-ordinates
$dq, \Delta q$	Co-ordinate differences
m_q	r. m. s. co-ordinate errors (estimated values)
v_q	Co-ordinate corrections
M	Measuring accuracy according to item 1 of the computing program
E	Fitting accuracy according to item 2 of the computing program
A	Absolute accuracy according to item 3 of the computing program

R	Relative errors according to item 4 of the computing program
D	Distance accuracy according to item 5 of the computing program
S	Systematic errors according to item 8 of the computing program
R+	Relative errors according to the additional computations
S+	Systematic errors according to the additional computations

Contents of Tables

(The tables are printed in part II)

	Review of the data tables and result tables (tables 10 to 59).	20
1	Data of survey flights	21
2	Quality of visibility of the signals in %	
3	Co-operating restitution centres and distribution of the restitutions with respect to the individual flights	22
4	Average distances s in "metres in the terrain" (according to groups)	23
5	Average distances s (according to photo-scales)	24
6	List of points and distances (analogue instruments)	25
7	List of points and distances (stereocomparators)	25
8	List of points and distances (summarized by flights)	
9	Rejected points and distances in %	26
10 — M 01	Measuring accuracy following item 1 of the computing program (analogue instruments); r.m.s. errors of the mean of two measurements in " μm in the image"	27
11 — M 02	Measuring accuracy following item 1 of the computing program (stereocomparators); r.m.s. errors of the two measurements in " μm in the image"	28
12 — M 03	Measuring accuracy following item 1 of the computing program (analogue instruments); summarized by flights	29
13 — E 01	Fitting accuracy following item 2 of the computing program (analogue instruments); r.m.s. fitting errors in " μm in the image"	30
14 — E 02	Fitting accuracy following item 2 of the computing program (stereocomparators); r.m.s. fitting errors in " μm in the image"	31
15 — E 03	Fitting accuracy following item 2 of the computing program; summarized by flights	32
16 — A 01	Absolute accuracy following item 3 of the computing program (analogue instruments); r.m.s. absolute errors in " μm in the image", together for interior, exterior and marginal points	33
17 — A 02	Absolute accuracy following item 3 of the computing program (stereocomparators); r.m.s. absolute errors in " μm in the image", together for interior, exterior and marginal points	34
18 — A 03	Absolute accuracy following item 3 of the computing program; summarized by flights	35
19 — A 11	Absolute accuracy following item 3 of the computing program (analogue instruments); r.m.s. absolute errors in " μm in the image", separate for point groups	36

- 20 — A 12 Absolute accuracy following item 3 of the computing program (stereocomparators); r. m. s. absolute errors in " μm in the image", separate for point groups
- 21 — A 13 Absolute accuracy following item 3 of the computing program; r. m. s. absolute errors in " μm in the image"; summarized by flights, but separate for point groups
- 22 — R 01 Relative errors following item 4 of the computing program (analogue instruments); r. m. s. relative errors in " μm in the image"
- 23 — R 02 Relative errors following item 4 of the computing program (Stereocomparator 1818); r. m. s. relative errors in " μm in the image"
- 24 — R 03 Relative errors following item 4 of the computing program; summarized by flights
- 25 — R 11 Relative errors following item 4 of the computing program (analogue instruments); r. m. s. relative errors in " μm in the image", separate for point groups
- 26 — R 12 Relative errors following item 4 of the computing program (Stereocomparator 1818); r. m. s. relative errors in " μm in the image", separate for point groups
- 27 — R 13 Relative errors following item 4 of the computing program; r. m. s. relative errors in " μm in the image"; summarized by flights, but separate for point groups
- 28 — D 01 Distance accuracy following item 5 of the computing program (analogue instruments); r. m. s. distance errors in " μm in the image"
- 29 — D 02 Distance accuracy following item 5 of the computing program (stereocomparators); r. m. s. distance errors in " μm in the image"
- 30 — D 03 Distance accuracy following item 5 of the computing program; summarized by flights
- 31 — S 01 Systematic errors following item 8 of the computing program (stereocomparators); quadratic average of the errors in " μm in the image"

37 — S+ 01	Systematic errors from co-ordinate means of all restitutions of a flight (analogue instruments); quadratic average of the errors in "µm in the image", together for interior, exterior and marginal points	53
38 — S+ 03	Systematic errors from co-ordinate means of all restitutions (analogue instruments); summarized by flights	54
39 — S+ 13	Systematic errors from co-ordinate means of all restitutions of a flight (analogue instruments); quadratic average of the errors in "µm in the image", separate for point groups	55
40 — R+ 01	Relative errors from deviations with respect to the co-ordinate means of all restitutions of a flight (analogue instruments). r.m.s. relative errors in "µm in the image", together for interior, exterior and marginal points	56
41 — R+ 03	Relative errors from deviations with respect to the co-ordinate means of all restitutions of a flight (analogue instruments); summarized by flights	57
42 — R+ 13	Relative errors from deviations with respect to the co-ordinate means of all restitutions of a flight (analogue instruments); r. m. s. errors in "µm in the image", separate for point groups	58
43 — M 04	Measuring accuracy following item 1 of the computing program (analogue instruments); r. m. s. errors of the mean of two measurements; summary of the results	59
44 — M 05	Measuring accuracy following item 1 of the computing program (stereocomparators); r.m.s. errors of the mean of two measurements in "µm in the image"; summary of the results	60
45 — E 04	Fitting accuracy following item 2 of the computing program (analogue instruments); summary of the results	61
46 — E 05	Fitting accuracy following item 2 of the computing program (stereocomparators); summary of the results	62
47 — A 04	Absolute accuracy following item 3 of the computing program (analogue instruments); summary of the results	63
48 — A 05	Absolute accuracy following item 3 of the computing program (stereocomparators); summary of the results	64
49 — A 14	Absolute accuracy following item 3 of the computing program; r. m. s. absolute errors in "µm in the image", separate for point groups, and accuracy decrease towards the edge; summary of the results	65
50 — R 04	Relative errors following item 4 of the computing program (analogue instruments); summary of the results	
51 — R+ 04	Relative errors from deviations with respect to co-ordinate means of all restitutions of a flight (analogue instruments); summary of the results	
52 — R 14	Relative errors following item 4 of the computing program; r. m. s. errors in "µm in the image", separate for point groups, and accuracy decrease towards the edge; summary of the results	

- 53 — R+ 14 Relative errors from deviations with respect to the co-ordinate means of all restitutions of a flight (analogue instruments); r. m. s. relative errors in "μm in the image", separate for point groups, and accuracy decrease towards the edge; summary of the results
- 54 — D 04 Distance accuracy following item 5 of the computing program (analogue instruments); summary of the results
- 55 — D 05 Distance accuracy following item 5 of the computing program (stereo-comparators); summary of the results
- 56 — S 04 Systematic errors following item 8 of the computing program (analogue instruments); summary of the results
- 57 — S+ 04 Systematic errors from the co-ordinate means of all restitutions of a flight (analogue instruments); summary of the results
- 58 — S 14 Systematic errors following item 8 of the computing program; quadratic average of the errors in "μm in the image", separate for point groups, and accuracy decrease towards the edge; summary of the results
- 59 — S+ 14 Systematic errors from the co-ordinate means of all restitutions of a flight (analogue instruments); quadratic average of the errors in "μm in the image", separate for point groups, and accuracy decrease towards the edge; summary of the results
- 60 Summary of some r. m. s. errors
- 61 Summary of the ratios V_k and V_z of some r. m. s. errors
- 62 V -values of some r. m. s. errors in "μm in the image", separate for restitution instruments
- 63 Summary of the values v_k and v_z pertaining to the accuracy decrease towards the edge
- 64 Q -values of the accuracy decrease towards the edge, separate for restitution instruments
- 65 The r. m. s. errors in "μm in the image" from some international tests

